

平成30年度

理工学群 数学類  
推薦入試

小論文  
試験問題

注意事項

- ① 試験時間は120分です。全部で3問あり、すべてに解答してください。
- ② 問題ごとに解答用紙1枚ずつを使用し、各解答用紙の左上に問題の番号を明記してください。
- ③ 解答が書ききれない場合は、「裏へ」と明記した上で、その解答用紙の裏面に続けて書いてください。ただし、上部は5, 6cm程あけてください(採点時には隠れてしまいます)。

問題 I 次の問いに答えよ.

(1)  $\frac{e^a + e^{-a}}{2} = e$  を満たす  $a > 0$  を求めよ.

(2) (1) で求めた  $a$  に対して,

$$\int_0^a \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} dx = 1$$

が成り立つことを示せ.

問題 II  $2n$  個の数の組  $(a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n)$  に対して,

$$p_n = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$$

とおく.  $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$  の各々が 3 つの数 1, 2, 3 のいずれかの値をとるとき,  $p_n$  が偶数となる組  $(a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n)$  の個数を  $f_n$  とし,  $p_n$  が奇数となる組の個数を  $g_n$  とする. 次の問いに答えよ.

(1)  $f_1, g_1$  を求めよ.

(2)  $f_{n+1}, g_{n+1}$  を  $f_n$  と  $g_n$  を用いて表せ.

(3)  $f_n, g_n$  を求めよ.

問題 III 次の問いに答えよ.

(1) 曲線  $y = \sqrt[3]{x}$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) 上の点  $P(t, \sqrt[3]{t})$  から, 直線  $y = x$  に下した垂線の足を  $Q$  とする. 線分  $PQ$  の長さを  $t$  を用いて表せ.

(2) 原点を  $O$  とする. (1) で定めた  $Q$  に対して, 線分  $OQ$  の長さ  $s$  を  $t$  を用いて表せ.

(3)  $y = \sqrt[3]{x}$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) と  $y = x$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) で囲まれた部分を,  $y = x$  のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ.