

平成30年度

# 理工学群物理学類 推薦入試

## 小論文 試験問題

### 注意事項

- ① 試験時間は120分です。
- ② 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答せよ。
- ③ 解答用紙は各問題に対して1枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。
- ④ 解答を書ききれない場合は、「裏へ」と明記してその解答用紙の裏面に続けて書くこと。
- ⑤ 下書き用紙は採点しない。

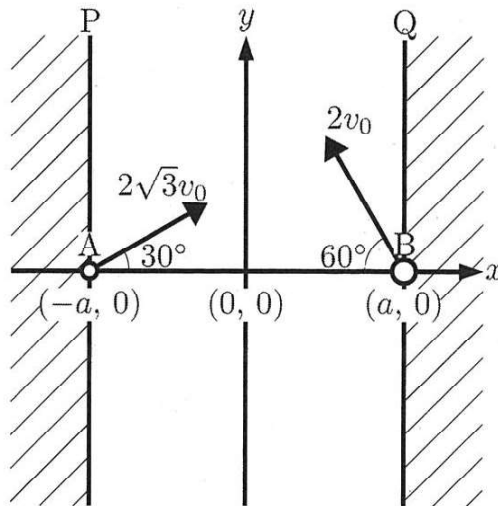
## 問題I

図のように、水平方向右向きに  $x$  軸、鉛直方向上向きに  $y$  軸をとり、 $x$  軸に垂直でなめらかな壁 P, Q ではさまれた  $xy$  平面内の小球の運動を考える。大きさの無視できる小球 A と小球 B を時刻  $t = 0$  で同時に投げ上げたところ、それぞれの放物線運動の最高点において小球 A と小球 B が衝突した。 $t = 0$  における小球 A の位置、速さ、 $x$  軸の正の向きに対する傾角を、それぞれ  $(-a, 0)$ ,  $2\sqrt{3}v_0$ ,  $30^\circ$ 、小球 B の位置、速さ、 $x$  軸の負の向きに対する傾角を  $(a, 0)$ ,  $2v_0$ ,  $60^\circ$  とする。ここで、 $a, v_0$  は正の定数である。小球 A と小球 B の衝突は弾性衝突であり、各小球と壁の衝突の反発係数は  $e$  ( $0 < e < 1$ ) とする。小球 A の質量に対する小球 B の質量の比を  $r$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とし、空気抵抗は無視できるものとして、以下の問に答えよ。

- 問 1.  $a$  が満たすべき条件を、 $v_0, e, r, g$  の中から必要なものを用いて表せ。
- 問 2. 小球の最高点の高さ  $y_0$  を、 $a$  を用いて表せ。
- 問 3. 衝突直後の小球 A と小球 B の  $x$  方向の速度  $v_1, V_1$  を、 $v_0, e, r, a$  の中から必要なものを用いて表せ。
- 問 4. 小球 A と小球 B の衝突直前と直後での全運動エネルギーの変化量  $\Delta E$  を求めよ。
- 問 5. 衝突後に小球 A が壁 P 側へ進む条件を求めよ。
- 問 6. 衝突後に小球 A が壁 P 側へ進み、小球 B が壁 Q 側へ進む条件を求めよ。
- 問 7. 小球 B と壁 Q がはじめて衝突する時刻  $t^{(1)}$  とそのときの  $y$  座標  $y^{(1)}$  を、 $v_0, e, r, a$  の中から必要なものを用いて表せ。

壁 P からはね返った小球 A と壁 Q からはね返った小球 B は再び衝突し落下していった。以下の問に答えよ。

- 問 8. 小球間の衝突および小球と壁の衝突が交互に繰り返し起こるための条件を求めよ。
- 問 9. 小球 B と壁 Q が 2 回目に衝突する時刻  $t^{(2)}$  および  $n$  回目に衝突する時刻  $t^{(n)}$  を、 $v_0, e, r, a, n$  の中から必要なものを用いて表せ。
- 問 10. 反発係数を  $e = \frac{1}{2}$  とし、小球 B の  $x$  方向の速度の時間変化を  $t = 0$  から  $t = t^{(3)}$  の範囲で図示せよ。



## 問題Ⅱ

図に示すように、細い円管内を電荷 $-e$  ( $e>0$ )、質量 $m$  の電子が、電子の運動方向に垂直な磁束密度  $B$  の一様な磁場の中を、原点  $O$  を中心に半径  $R$ 、速さ  $v$  で円運動をしている。

問1. 回転半径  $R$  と回転周期  $T$  を  $e, m, B, v$  の中から必要な物理量を用いて記述せよ。

問2. 何らかの方法により電子を加速して  $v$  を大きくした場合、 $R$  と  $T$  の大きさはどうなるか述べよ。

問3. 電子の運動量  $P$  の大きさを  $e, m, B, R$  の中から必要な物理量を用いて記述せよ。

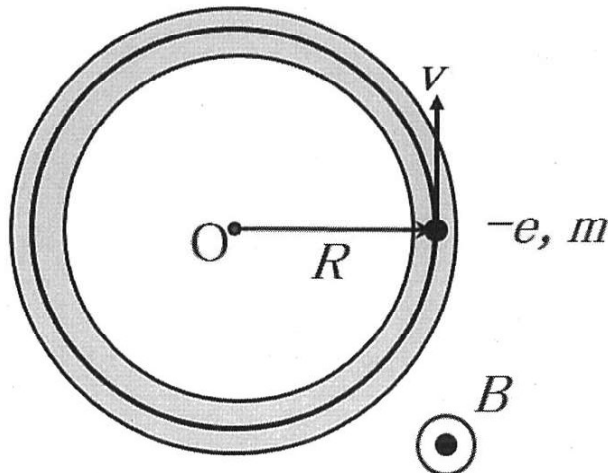
次に、電子を加速するため、微小時間  $\Delta t$  の間に、電子の円軌道内部を貫く全磁束  $\Phi$  を、 $\Delta\Phi$  増加させた場合を考える。この時、円の内部の磁場の大きさは、時間と中心からの距離のみに依存する。

問4. この時、電子には、半径  $R$  の円周の接線方向に力が働く。その理由を述べよ。

問5. 電子に働く接線方向の力の大きさ  $F$  を記述せよ。

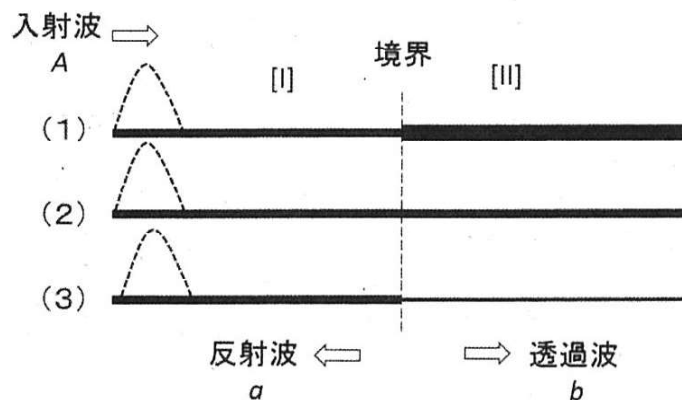
問6. 時間  $\Delta t$  の間の電子の運動量の増加量を記述せよ。

問7. 加速した電子の回転半径  $R$  を一定に保つためには、軌道内部の磁場の増加に加え、電子の軌道上の磁束密度も適当な大きさ  $\Delta B$  で増加させる必要がある。円軌道内部の平均磁束密度の増加量を  $\Delta\bar{B}$  とし、軌道上の磁束密度の増加量  $\Delta B$  との関係式を記述せよ。



### 問題 III

図のようにロープの太さが、部分[I]から部分[II]になる境界で(1)太くなる、(2)同じ、(3)細くなる、の3つの場合について、波の透過と反射を考えよう。ロープはすべて同じ材質であり、両端は一定の張力  $T$  で引っ張られている。[I]の端から波高  $A$  のパルスを入射したとする。パルスが境界に到達し、[I]の部分に戻る反射波の波高を  $a$ 、[II]の部分に伝わる透過波の波高を  $b$  とする。



波のエネルギー  $E$  は、波高を  $A$ 、波の速度を  $v$ 、ロープの線密度を  $\rho$  として  $E = k\rho v A^2$  で与えられる。ここで  $k$  はロープの太さによらない定数であるとする。

問 1.  $k$  の次元を求めよ。

問 2. ロープを伝わる波の速度  $v$  はロープの線密度  $\rho$ 、張力  $T$  とどのような関係にあるか書け。またその関係式の次元が正しいことを示せ。

問 3. 境界に到達した入射波は、反射波と透過波に分かれるが、境界において波は連続的につながっているはずである。このことより、3つの波高について成立する関係式を記せ。

問 4. エネルギーの保存と問 3 の関係式から、波高  $a$  と波高  $b$  がそれぞれ入射波の波高  $A$  とどのような関係にあるかを求めよ。ただし [I] と [II] の部分の線密度をそれぞれ  $\rho_1$ 、 $\rho_2$  とする。

問 5. 図の (1), (2), (3) の3つの場合について、入射波が境界に到達した後のある時刻での透過波と反射波を解答用紙の図に描き加えよ。その際、「波高の大きさ」、「位相」、「波の速さ」について、破線で示してある入射波との違いが分かるように描くこと。

問6. 光が屈折率  $n_1$  から  $n_2$  ( $n_1 < n_2$ ) の領域に垂直入射するとき, 反射と透過の様子は (1) ~ (3) のどれに似ているかを, 光速度変化と位相変化の観点から説明せよ。