

平成30年度

理工学群物理学類
私費外国人留学生入試

小論文
試験問題

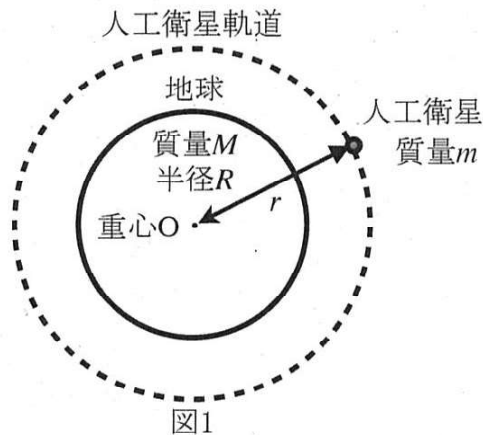
注意事項

- ① 問題1および問題2は別々の解答用紙に日本語で
解答すること。下書き用紙は採点しません。
- ② 試験時間は90分です。

問題 1

地球を周回する人工衛星は打ち上げに使用されたロケットにより初速を与えられた以降は、地球の衛星の月と同じ様に重力に従って運動する。この人工衛星について以下の問いに答えよ。地球は半径 R の球であり、密度は一様に分布していると考えて良い。また、地球の質量を M 、万有引力定数を G とする。さらに人工衛星の運動では、地球以外の天体並びに地球大気の影響は無視できるとする。

- (A) 図 1 のように、質量 m をもつ人工衛星が地球のまわりを地球の重心 O を中心とする半径 r ($r > R$) の等速円運動しているとき、以下の問いに答えよ。



- 問 1. 人工衛星の等速円運動の速度 V_0 を M, R, G, m, r のうち必要なものを用いて表せ。
- 問 2. 人工衛星の円運動の周期を T とすると、この人工衛星の加速度 a を m, r, T のうち必要なものを用いて表せ。
- 問 3. 人工衛星の軌道半径 r と地球半径 R の比 r/R を M, R, G, m, T のうち必要なものを用いて表せ。
- 問 4. この人工衛星が赤道上空に打ち上げられ、地上から見ていつも静止しているように見える「静止衛星」である場合を考える。地表の重力加速度を $10[\text{m/s}^2]$ 、赤道の全周 $2\pi R$ を $40000[\text{km}]$ とし r/R を数値計算し、最も近い数字を表 1 から選べ。但し、主要な計算過程も解答に示し、また必要ならば次に示す $y = \sqrt[3]{x}$ のグラフから数値を読み取って、計算に用いてよい。

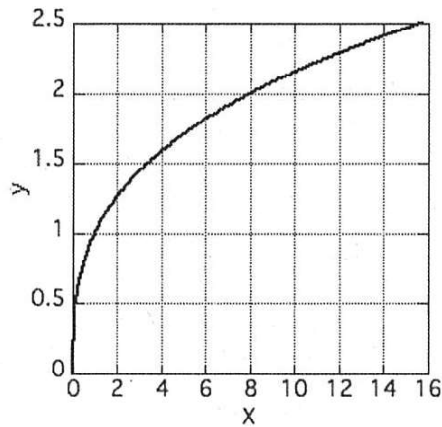
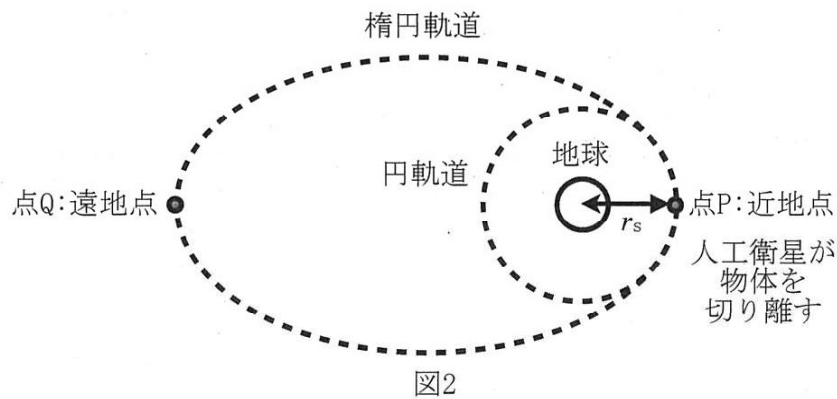


表 1

1.05	1.1	1.25	1.5	3	6	10
------	-----	------	-----	---	---	----

(B) 人工衛星は質量を持つ物体を切り離して、その軌道を変更することができる。
 図 2 のように人工衛星が速度 v_1 で地球の重心を中心とする半径 r_s ($r_s > R$) の等速円運動をしている。この人工衛星がその円軌道上の点 P で、質量 m_1 をもつ物体をその物体が地球に対して初速度 0 となるように、進行方向後方へ打ち出すように切り離した。すると物体は地表に向かって落下し、人工衛星は点 P を地球に最も近い「近地点」とする楕円軌道を描いて運動するようになった。この物体を切り離した後の人工衛星の質量を m_s として、以下の問いに答えよ。但し、人工衛星が物体を切り離す過程において、人工衛星は切り離す物体以外の質量は失わず、切り離した後は切り離した物体と人工衛星は相互作用をしないものとする。



- 問 5. 物体を切り離した直後の人工衛星の速度を $V_1, r_s, m_l, m_s, M, R, G$ のうち必要なものを用いて表せ。
- 問 6. 物体が地表に達する時の速度を $V_1, r_s, m_l, m_s, M, R, G$ のうち必要なものを用いて表せ。但し, 物体の運動でも地球大気の影響は無視できるとする。
- 問 7. 図 2 の点 P に対してちょうど反対側にある楕円軌道上の点 Q を「遠地点」という。人工衛星がこの遠地点に到達した時の速度を $V_1, r_s, m_l, m_s, M, R, G$ のうち必要なものを用いて表せ。
- 問 8. 物体切り離し後に, 人工衛星が楕円軌道に移るのではなく, 地球の重力を振り切って飛び去ることがある。そのために必要な切り離される物体がもつ最小の質量を m_2 とし, 物体を切り離した後の人工衛星がもつ最小の速度を V_2 とする。 m_2/m_s 並びに V_2/V_1 を数値計算し, 最も近い数字を表 2 からそれぞれ選べ。

表 2

0.5	1.5	2	2.5	3	4	5
-----	-----	---	-----	---	---	---

問題 2

(A) 図 1 のように、電圧 V_0 の直流電源、電気容量 C の平行平板コンデンサ、抵抗値 R の抵抗およびスイッチから構成される回路がある。コンデンサの極板はそれぞれ幅 w 、奥行き ℓ の金属板で、間隔 d だけ離れて置かれている。はじめスイッチは開放してあり、コンデンサの極板間は真空で、極板は帯電していないとする。真空の誘電率を ϵ_0 とし、以下の問いに答えよ。

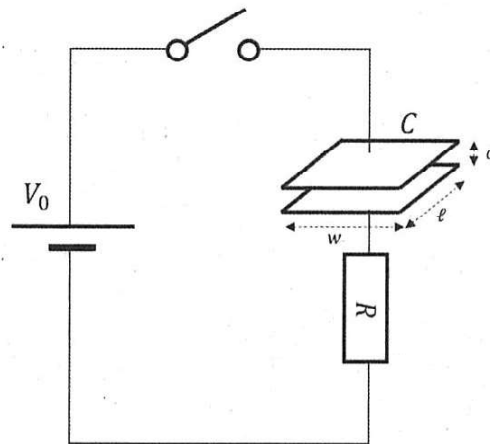


図 1

問 1. 図 1 の回路でスイッチを閉じた瞬間に抵抗を流れる電流の値と、スイッチを閉じてから十分長い時間がたった後にコンデンサに溜まる電荷をそれぞれ V_0 , R , C のうち必要なものを用いて表せ。

問 2. コンデンサの電気容量 C を w , ℓ , d , ϵ_0 のうち必要なものを用いて表せ。

図 1 の回路でスイッチを閉じてから十分長い時間がたった後で、極板間が真空であった状態から、コンデンサの極板間に誘電率 ϵ ($\epsilon > \epsilon_0$) の誘電体をゆっくり挿入する。誘電体の厚さは d で、コンデンサの奥行き ℓ を埋めつくすとする。図 2 は x まで誘電体を挿入したときの様子を示した図である。

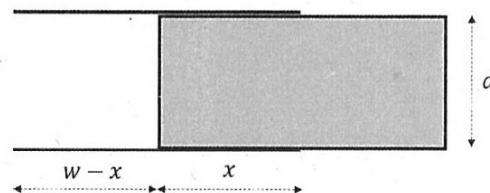


図 2

問 3. 誘電体を x だけ差し込んだとき、コンデンサの電気容量を ϵ_0 , ϵ , w , ℓ , d , x のうち必要なものを用いて表せ。

最初は、スイッチを閉じたまま極板間に誘電体をゆっくり挿入する。

問 4. 誘電体を x だけ差し込んだ状態でコンデンサに溜められているエネルギーを ϵ_0 , ϵ , w , ℓ , d , x , V_0 のうち必要なものを用いて表せ。

次は、図1の回路でスイッチを閉じてから十分長い時間がたった後、スイッチを開放してから極板間に誘電体をゆっくり挿入する。

問5. 誘電体が極板間全体を埋めつくすまで完全に差し込んだとき、コンデンサに溜められているエネルギーを ϵ_0 , ϵ , w , ℓ , d , x , V_0 のうち必要なものを用いて表せ。

問6. 誘電体が部分的に挿入されている状態で、誘電体に働く力の向きを理由とともに記述せよ。

(B) 図3に示すように、磁場中にある頂点ABCDを持つ正方形コイル（一辺 ℓ 、質量 m 、抵抗 R ）が鉛直面内を運動している。鉛直面内の水平右向きを x 軸、鉛直上向きを y 軸とする。コイルは変形も回転もせず、下辺ABが x 軸に平行な状態を保ちながら下方に向かって運動している。磁束密度が $B = by$ ($b > 0$)で与えられる磁場が紙面に垂直にかかっている。磁場の向きは紙面に手前から奥の方向を正とする。

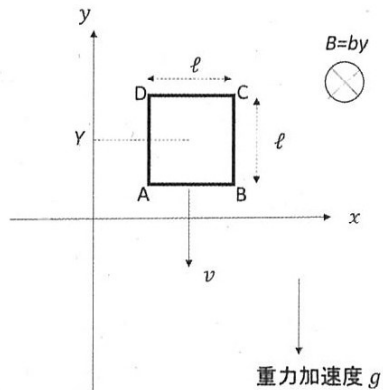


図3

ある瞬間に、コイルの中心の y 座標が Y 、コイルの速度が下向きに v であったとき、コイルに誘導電流 I が流れていた。以下の問いに答えよ。コイルに流れる電流 I は、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ を正の向きとし、コイルの自己インダクタンスは無視して良い。

問7. コイルに流れる電流 I の符号は正か負か。

問8. 磁場がコイルに及ぼす力の強さを、 $|I|$, b , Y , ℓ のうち必要なものを用いて表せ。また力の向きはどちら向きか。

問9. コイルに流れる電流 I を b , Y , ℓ , v , R のうち必要なものを用いて表せ。

図3の状況では、コイルを貫く磁束 Φ は次式で求められることを既知として使ってよい。

$$\Phi = (\text{コイル中心の磁束密度}) \times (\text{コイルの面積})$$

鉛直下向き($-y$ 方向)に重力加速度 g がかかっている場合、コイルは最終的に等速

直線運動をした。

問 10. このときの速度を, m , g , b , Y , ℓ , R のうち必要なものを用いて表せ。