

平成 30 年度学群編入学試験

理工学群物理学類

学 力 検 査

(専門科目)

問 題 冊 子

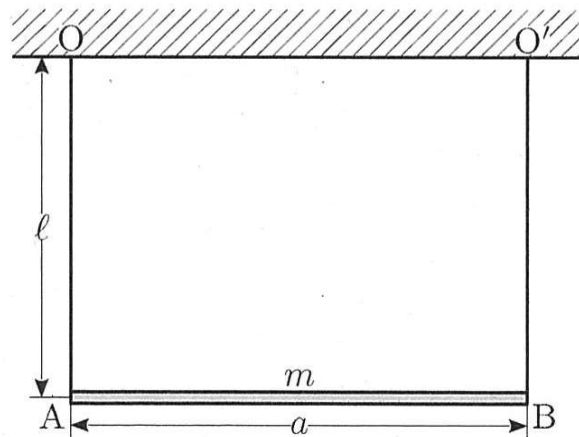
注意事項

- ① 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答すること。
- ② 解答用紙は各問題に対して 1 枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。
- ③ 解答が書ききれない場合には、「裏へ」と明記して、その解答用紙の裏面に続けて書くこと。
- ④ 下書き用紙は採点しない。
- ⑤ 試験時間は 120 分です。

問題I

図のように，長さ a ，質量 m の細い一様な棒 AB が，質量の無視できる長さ ℓ の糸 OA，糸 O'B で水平につるされている。つりあいの位置において O'B の糸を急に切ったとき，運動がはじまった。O を原点，OO' を x 軸，原点 O から鉛直下方の向きに y 軸をとり，重力加速度を g として，以下の問に答えよ。

- 問 1. 棒 AB が水平に対し角度 ϕ 傾いたときの糸 OA の鉛直に対する傾きを θ として，棒の重心の座標 (x, y) を θ, ϕ を用いて表せ。
- 問 2. 棒 AB の重心を軸とする慣性モーメントを I ，糸の張力を T としたときの，棒 AB の並進および回転に関する運動方程式を求めよ。
- 問 3. θ, ϕ が小さい量として，前問の運動方程式を近似せよ。
- 問 4. 棒 AB の重心を軸とする慣性モーメント I を求めよ。
- 問 5. 糸 O'B が切れた瞬間の糸 OA の張力 T を求めよ。
- 問 6. 糸 O'B が切れた瞬間の棒の運動について，角度 θ と ϕ の時間変化を導け。
- 問 7. 点 A を固定軸としたときの棒 AB の運動方程式を求めて，前問で導いた棒 AB の運動と比較せよ。

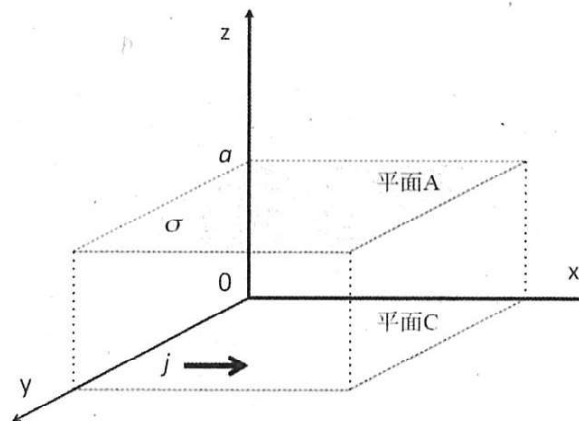


問題Ⅱ

真空の誘電率を ϵ_0 、真空の透磁率を μ_0 とし、以下の問に答えよ。ただし、重力は無視する。

- 問1. クーロンの法則『 $\vec{E} = Q\vec{r}/(4\pi\epsilon_0 r^3)$ 』により、電荷 Q による点 \vec{r} における電場 \vec{E} が与えられる。これを用いて、無限に長い直線状の電荷分布（線電荷密度 ρ ）から、垂直に距離 r 離れた点における電場の大きさと方向を求めよ。
- 問2. ガウスの法則を説明し、それを用いて問1の電場の大きさと方向を求めよ。
- 問3. ビオ・サバールの法則『 $\vec{B} = \vec{s} \times \vec{r} \mu_0 I / (4\pi r^3)$ 』により、区間 \vec{s} に流れる電流 I による点 \vec{r} における磁束密度 \vec{B} が与えられる。これを用いて、電流 i が流れている無限に長い直線状の電線から、垂直に距離 r 離れた点における磁束密度の大きさと方向を求めよ。
- 問4. アンペールの法則を説明し、それを用いて問3の磁束密度の大きさと方向を求めよ。

右図のように、真空中の xy 平面に無限に広い平面Aがあり、面電荷密度 σ ($\sigma > 0$) の一様な電荷がある。これと平行な無限に広い平面C上を、 y 軸方向の単位長さあたり j の電流が、 x 軸の正方向へ一様に流れている。平面Aの z 座標は a ($a > 0$)で、平面Cの z 座標は0である。



- 問5. 無限に広い平面Aにより、任意の点に作られる電場の大きさと方向を求めよ。
- 問6. 無限に広い平面Cにより、任意の点に作られる磁束密度の大きさと方向を求めよ。

問7. 平面 A と平面 C の間の空間で、電荷 q ($q > 0$)を持った荷電粒子に、両平面と平行に速さ v である方向へ初速度を与えた。その粒子は両平面にあらずに運動し続けるとするとき、その運動の条件 (v, σ, j の関係) を求めよ。

問題 III

抵抗 R と容量 C のコンデンサーを直列に接続した図1の回路において、時刻 $t=0$ でスイッチを a につなぎ、電圧 V の電池からコンデンサーへ充電を開始する。時刻 $t(>0)$ での回路に流れる電流を $I(t)$ 、コンデンサーに蓄積する電荷量を $Q(t)$ とする。以下の問に答えよ。

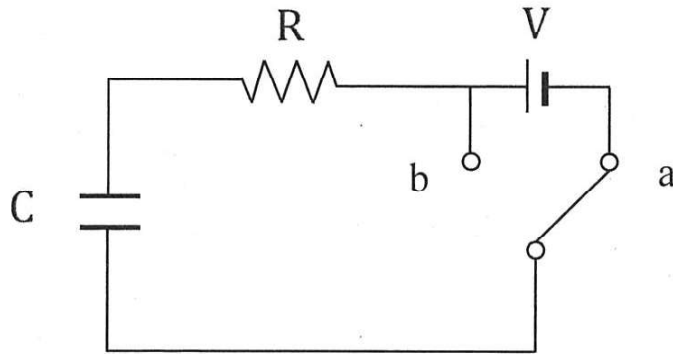


図 1

- 問1. コンデンサーに蓄積される電荷量 $Q(t)$ と電流 $I(t)$ を t の関数として示せ。また、十分長い時間が経過した後に、コンデンサーに蓄積される電荷量 $Q(t=\infty)$ と電流 $I(t=\infty)$ を求めよ。
- 問2. 時間が十分長く経過した後で、スイッチを b に切り替えた。その後、抵抗 R に発生する全熱エネルギーを求めよ。

次に図2のように、図1のコンデンサーをインダクタンス L のコイルに置き換える。時刻 $t=0$ でスイッチを a につなぐ。以下の問に答えよ。

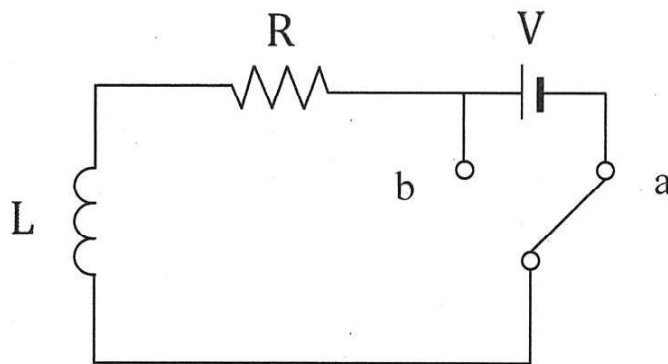


図 2

- 問3. 図2の回路に流れる電流 $I(t)$ を t の関数として示せ。また、十分長い時間が経過した後に、回路に流れる電流 $I(t=\infty)$ を求めよ。
- 問4. 時間が十分長く経過した後で、スイッチを b に切り替えた。その後、回路に流れる電流 $I(t)$

を求めよ。また、抵抗 R に発生する全熱エネルギー求めよ。

次に、抵抗 R 、容量 C のコンデンサー、インダクタンス L のコイルを直列に接続した共振回路を作る。図3のように、交流電圧 $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ の電源を、時刻 $t = 0$ で共振回路に接続する。ここで、 ω は角周波数である。以下の問に答えよ。

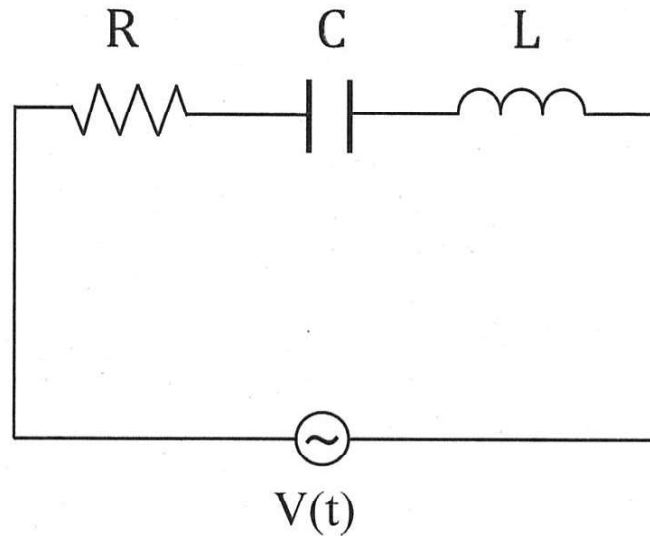


図3

- 問5. コンデンサーに蓄えられる電荷 $Q(t)$ と回路に流れる電流 $I(t)$ について、 t に関する2階線形非同次微分方程式として表せ。
- 問6. 十分長い時間が経過した後の電流 $I(t)$ は、 $I(t) = I_0 \cos(\omega t - \phi)$ と表すことができる。なお、 ϕ は位相差を表す。図3の回路における I_0 と ϕ を求めよ。
- 問7. 十分長い時間が経過した後、時刻 t でのコンデンサーにかかる両端電圧 $V_C(t)$ を求めよ。共振周波数 f_0 のときに $V_C(t)$ は最大値をとる。 f_0 を求めよ。
- 問8. 十分長い時間が経過した後、交流電圧の周波数 f を50 Hzから60 Hzに変化させる。この場合でも、回路に流れる電流 $I(t)$ の大きさが変化しないような回路を設計したい。コンデンサーの容量 C 、コイルのインダクタンス L をどのような値にすればよいか答えよ。