

平成31年度

理工学群物理学類 推薦入試

小論文 試験問題

注意事項

- ① 試験時間は120分です。
- ② 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答せよ。
- ③ 解答用紙は各問題に対して1枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。
- ④ 解答を書ききれない場合は、「裏へ」と明記してその解答用紙の裏面に続けて書くこと。
- ⑤ 下書き用紙は採点しない。

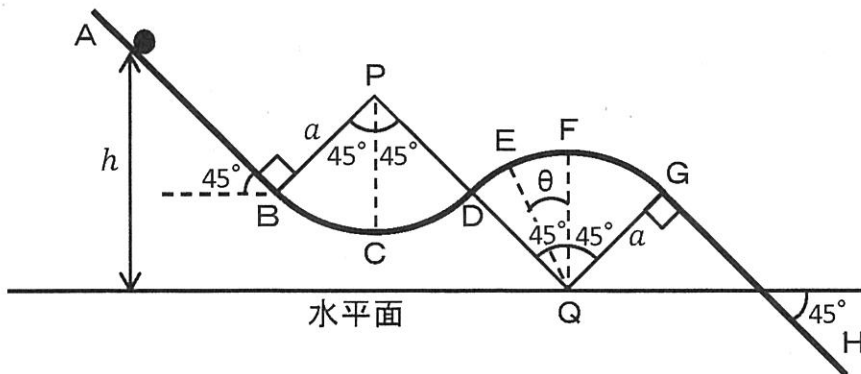
問題 I

図は、斜面 AB、円弧状の面 BCD、円弧状の面 DFG、および斜面 GH からなるなめらかな面の断面を示している。斜面 AB と GH は水平面と 45° の角度であり、円弧 BCD と円弧 DFG は、それぞれ点 P、点 Q を中心に持つ半径 a の円周の $1/4$ の円弧からなる。点 B、点 D、点 G では、それぞれ斜面と円弧状の面、円弧状の面どうし、そして円弧状の面と斜面がなめらかにつながっている。PC は鉛直線であり、PB と PD はそれぞれ PC と左右に 45° の角度をなす。また QF は鉛直線であり、QD と QG はそれぞれ QF と左右に 45° の角度をなす。円弧 DFG 上で、QF と角 θ をなす DF 間の点を E とする。はじめ、質量 m の小球が、点 Q を含む水平面から高さ h の斜面 AB 上の点に静止している。小球を静かに放したところ、小球は点 C を通過したのち円弧 DFG を離れることなく通過し、斜面 GH に到達した。以下の問いに答えよ。重力加速度の大きさは g と表す。

- 問 1. 小球が点 C に達したときの速さを、 m 、 a 、 h 、 g の中から必要なものを用いて表せ。
- 問 2. 小球が点 C で受ける抗力の大きさを、 m 、 a 、 h 、 g の中から必要なものを用いて表せ。
- 問 3. 点 E における抗力の大きさを、 m 、 a 、 h 、 g 、 θ の中から必要なものを用いて表せ。
- 問 4. 点 E における小球の加速度の大きさを、 m 、 a 、 h 、 g 、 θ の中から必要なものを用いて表せ。また、加速度の向きを述べよ。
- 問 5. 円弧 DFG において、抗力が最も強い位置はどこか。またその理由を説明せよ。
- 問 6. 小球が円弧 DFG を離れることなく通過するために必要な h の範囲を求め、 m 、 a 、 h 、 g の中から必要なものを用いて表せ。

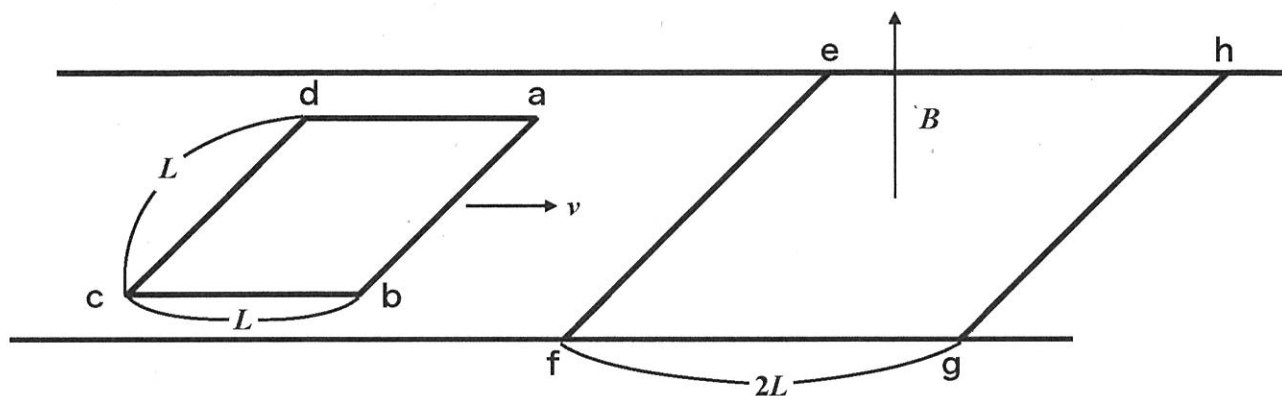
次に、小球を十分高い位置から放したところ、小球は点 D を通過した直後に面を離れ、放物線を描いて飛行し、点 G に落下した。このとき、以下の問いに答えよ。

- 問 7. このときの高さ h を、 m 、 a 、 g の中から必要なものを用いて表せ。



問題Ⅱ

水平で滑らかな台の上に一辺の長さ L 、質量 m の正四角形の導線 $abcd$ を置く。導線は全体で抵抗 R を持つものとする。台の $efgh$ で示された四角形の領域には一様な磁場 B が台に対して垂直上向きにかけられているものとする。 fg, eh 間の距離は $2L$ である。 ab と ef が平行になるように導線を配置し、導線を一定の速度 v に保ったまま動かした。ただし、以下の問 1-5 では導線の自己インダクタンスは無視できるものとする。



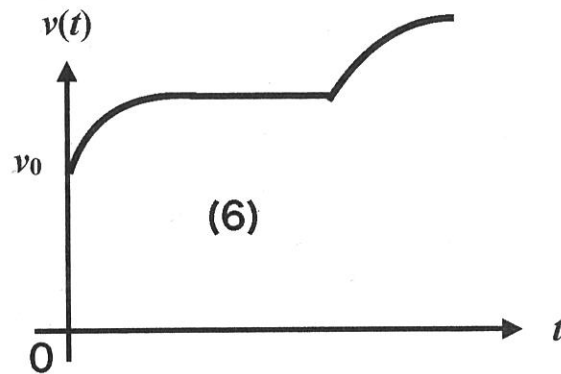
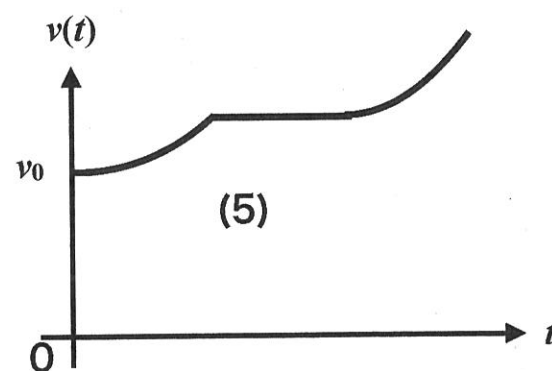
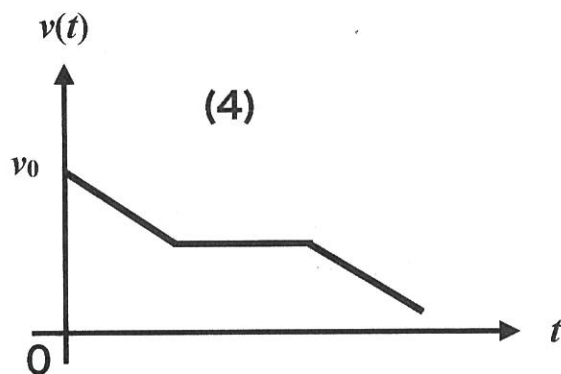
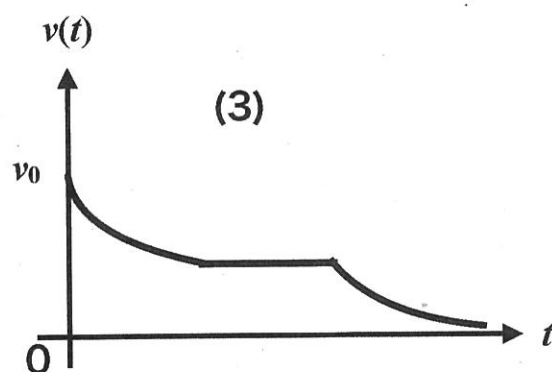
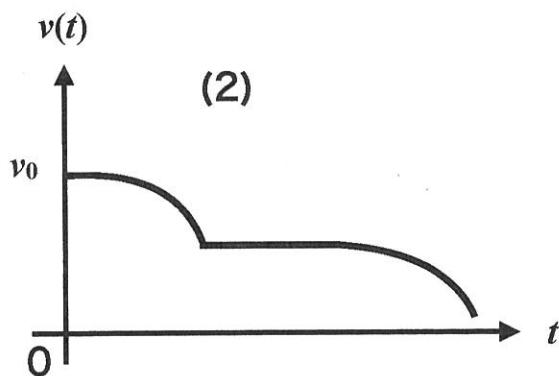
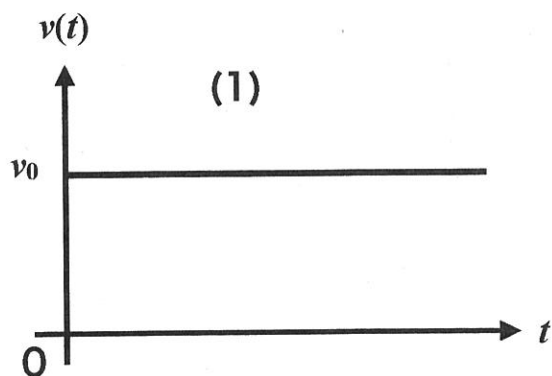
- 問 1. 導線の ab が ef を横切った直後に導線に生ずる起電力を B, L, v を用いて答えよ。
- 問 2. 導線の ab が ef を横切った直後に導線に流れる電流を B, L, v, R を用いて求めよ。ただし、 $a \rightarrow b$ の向きを正とする。
- 問 3. 導線の ab が ef を横切って以降、導線の速度を一定に保つためには導線に力を加える必要がある。導線の ab が ef を横切った直後に必要となる力を B, L, v, R を用いて求めよ。ただし、 $c \rightarrow b$ 方向の力を正とする。
- 問 4. 導線の ab が ef を横切った瞬間を時刻 $t=0$ として、導線に加えた力を時間の関数として図示せよ。
- 問 5. 時刻 $t=0$ から $t=L/v$ までの間の単位時間に、問 3 の力がする仕事 P と、導線の抵抗 R で消費されるエネルギー Q を求めよ。また、両者の比 P/Q を求めよ。

問6. 導線の自己インダクタンスが無視できない場合に、導線の ab が ef を横切った直後に導線に流れる電流は問2で求めた値と比べてどうなるか次の三つから選べ。そして、その答えを選んだ理由を述べよ。(i)大きくなる。(ii)小さくなる。(iii)変わらない。

次に導線に力を加えることなく、初期速度 v_0 を与えて導線を運動させた。以下でもまた導線の自己インダクタンスは無視できるものとする。

問7. 導線の ab が ef を横切った直後の微小時刻 Δt の間の速度の変化分 Δv を求めよ。

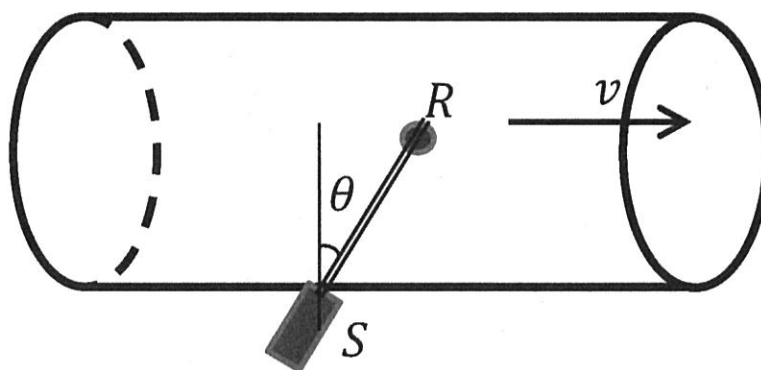
問8. 問6の結果から考察して、導線の速度の概要を時刻 t の関数として正しく図示したものゝを次の(1)-(6)中から選べ。またその図を選んだ理由を述べよ。



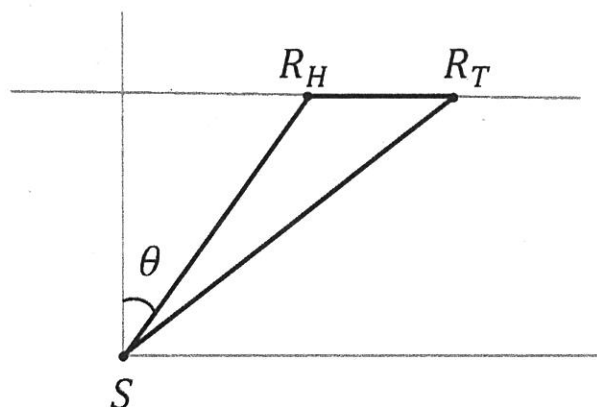
問題Ⅲ

土管の中の水流の速さをドップラー式超音波流量計で測定する。土管内は水で充満しており、水は土管の軸方向に一定の速さ v で流れているとする。流量計（超音波の発信・受信器） S を土管壁に密着させ、周波数 f の超音波を水の流れる方向に垂直な方向に対して角 θ の方向に発射する。超音波は水中を伝わり、水と同じ方向・速さで流れる小さな不純物や気泡（以下、反射材と呼び、 R と記す）で反射され、再び流量計 S に戻り受信される。反射材 R は流量計 S に対して運動しているから、受信機に届く超音波の周波数は発信した超音波の周波数と異なる。

土管の厚さや水の境界面での屈折は無視する。一般的な超音波流量計は計測可能範囲を $v < 10\text{m/sec}$ としており、水中の音速 V (1500m/sec)に比べ充分小さいので、以下では、 v/V の2次以上の項は無視する近似を採用する。



問1. 反射材 R が受ける超音波の周波数 f_1 と発信器 S が発する超音波の周波数 f の関係を調べたい。音波の一周期分を S が発信する時間を T 、 R が受信する時間を T_1 とし、 R が音波一周期分の先頭を受信する位置を R_H 、末尾を受信する位置を R_T とする。 R が S から遠ざかっている場合は、 $T_1 > T$ である。この時、線分 SR_H 、 SR_T の長さ a, b と音波が S から R に伝搬する速さ V_+ を用いて $T_1 - T$ を表せ。音波は線分 SR_H 、 SR_T を同じ速さで伝搬すると近似してよい。



問2. $T_1 - T$ を、 T_1, v, θ, V_+ を用いて表せ。線分 SR_H の長さ a に比べ線分 $R_H R_T$ の長さは充分小さく、その比の2次以上は無視できるものとする。必要なら、『 $|x| \ll 1$ の時、 $|x|$ の2次以上は無視した近似式 $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ 』を用いてよい。

問3. f_1 を f, v, θ, V_+ を用いて書け。

問4. V_+ を v, θ, V で表し、 f_1 を f, v, θ, V を用いて書け。この式を、流体と同じ速度で運動する人が観測するドップラー効果として、説明せよ。

問5. 反射材は、超音波の信号を受けると、ただちに同じ信号を発する。一周期の先頭を発する位置を R_H と、末尾を発する位置を R_T として、問2～4と同様な計算により、流量計 S が受ける超音波の周波数 f' を f_1, v, θ, V を用いて表せ。

問6. 周波数シフト $\Delta f = f' - f$ は、 v/V の最低次の近似で v/V に比例する。 Δf と v/V の関係式を導け。必要なら『 $|x| \ll 1$ の時 $1/(1+x) \approx 1-x$ 』なる近似式を用いてよい。