平成３１年度応用理工学類編入学試験
学力検査問題

平成３０年７月１４日(土)　１０：００～１２：３０

注意事項

1) この冊子には，数学1，数学2，物理学1，物理学2，化学1，化学2の計6題の問題がある。「物理学1，物理学2，化学1，化学2」から2題を選択し，数学1，数学2と合わせて4題を解答すること。下記の表も参照すること。

問題	解答用紙の種類	解答用紙の枚数	備考
数学1	罫線あり	2枚	必須
数学2	罫線あり	2枚	
物理学1	罫線あり	2枚	この中から2題選択
物理学2	罫線あり	2枚	
化学1	罫線あり	2枚	
化学2	罫線あり	2枚	

2) 解答用紙の所定欄に学群，学類，氏名，及び受験番号を記入すること。

3) すべての解答用紙の氏名欄の下の1行の欄に解答する問題名，すなわち，「数学1」，「数学2」，「物理学1」，「物理学2」，「化学1」，「化学2」のいずれかを明記すること。必要なら，解答用紙の裏も解答に用いてよい。

4) 机の上には「受験票」，「鉛筆」，「消しゴム」，「鉛筆削り」，「時計(計時機能だけのもの)」，「眼鏡」以外のものを置かないこと。

数学１試験問題

１．２変数関数 $f(x,y)$ に関する以下の[A], [B]の２つの問いに答えよ。

[A] $f(x,y)=xye^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$ とする。

(1) $f(x,y)$ の停留点をすべて求めよ。

(2) (1)で求めた停留点のうち，x 座標および y 座標がともに正の点を (a,b) とする。$f(x,y)$ が $(x,y)=(a,b)$ で極値をとるかどうか判定せよ。極値をとる場合は極大と極小のどちらであるか，根拠とともに述べよ。

(3) x,y が $xy=4$ かつ $x>0$ を満たすとき，$f(x,y)$ の最大値を求めよ。

[B] $f(x,y)=x^2+y^2$ とし，xyz 直交座標系において曲面 $S:z=x^2+y^2$ を考える。この座標系上の点を (x,y,z) と表し，座標系の原点を O(0,0,0) とする。

(4) 点 A (1,1,2) における曲面 S の接平面を π とする。π の方程式を求めよ。

(5) (4)の接平面 π と平行で原点 O を通る平面を π_0 とし，平面 π_0 と曲面 S の交線の xy 平面への正射影を曲線 C とする。C はどのような図形になるか。

(6) (5)の平面 π_0 と曲面 S で囲まれる領域を D とする。このとき，3 重積分

$$I=\iiint_D (x^2+y^2)\,dxdydz$$

の値を求めよ。

数学2　試験問題

1. 行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

について，以下の問いに答えよ。

(1)　A のすべての固有値と，それぞれの固有値に対応する固有ベクトルを求めよ。なお，固有ベクトルはその第1成分を1とせよ。

(2)　$P^{-1}AP = D$ が対角行列となるように，3次正則行列 P とその逆行列 P^{-1} の組を求めよ。なお，D の対角要素は大きい順に並べ，P の第1行の要素はすべて1とせよ。

(3)　自然数 $\boldsymbol{n}$ に対して，ベクトル

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix} = (A + 2E)^n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

の各成分を n の関数として求めよ。ここで E は単位行列である。

(4)　3次元空間の位置ベクトルを $\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$，その転置ベクトルを ${}^t\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ とするとき，${}^t\boldsymbol{r}(A+E)\boldsymbol{r} = 1$ で表される曲面 M は，直交変換 $(x, y, z) \to (X, Y, Z)$ によって標準形

$$\alpha X^2 + \beta Y^2 + \gamma Z^2 = 1$$

にすることができる。$\alpha > \beta > \gamma$ となるように定数 α, β, γ を定めよ。

(5)　(4)における曲面 M に対して

$$\boldsymbol{r} \to R\boldsymbol{r}$$

で表される回転を施したら，xy 平面，yz 平面，zx 平面いずれに関しても対称な図形となった。このような回転を表す行列 R をひとつ求めよ。

物理学１　試験問題

１．　図に示すように，質量M，半径a，慣性モーメントIのボールが，重心の速度$\boldsymbol{v}=(v_x, v_y)$，$xy$平面内での重心のまわりの回転の角速度$\omega$で運動して，床に弾性的に衝突してはね返った．衝突する前の速度は$\boldsymbol{v}_0=(v_{0x}, v_{0y})$，重心のまわりの回転の角速度は$\omega_0$，はね返った後の速度は$\boldsymbol{v}_1=(v_{1x}, v_{1y})$，重心のまわりの回転の角速度は$\omega_1$となった．このとき，ボールは時刻$t=0$で床に接触し，$\Delta t$後に床から離れるとする．重力は無視できる，ボールの密度は一様,衝突前後の速度のy成分の大きさは変化しないものとして以下の問いに答えよ．

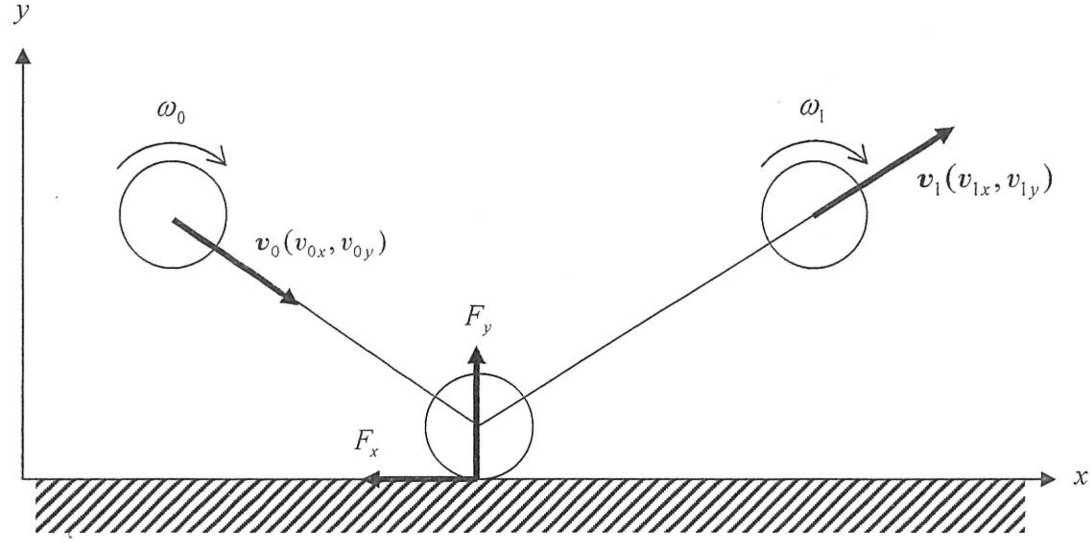
なお，このボールの重心のまわりの慣性モーメントは$I=\dfrac{2}{5}Ma^2$で与えられるとする．

（１）時刻$t=0$から$t=\Delta t$の間，図に示すように一定の力$\boldsymbol{F}=(-F_x,\ F_y)$がボールに働いたとする．このときの重心の並進運動の運動方程式および重心のまわりの回転に対する運動方程式を示せ．

（２）運動方程式を$t=0$から$t=\Delta t$まで積分して，はね返る前後のx方向の速度v_{0x}，v_{1x}と角速度ω_0，ω_1の関係を示せ．

（３）衝突前後のボールのエネルギーが保存されることを用いて，はね返る前後の速度と角速度の関係を示せ．

（４）はね返った後のx方向の速度v_{1x}と角速度ω_1を，はね返る前のx方向の速度v_{0x}と角速度ω_0を用いて示せ．

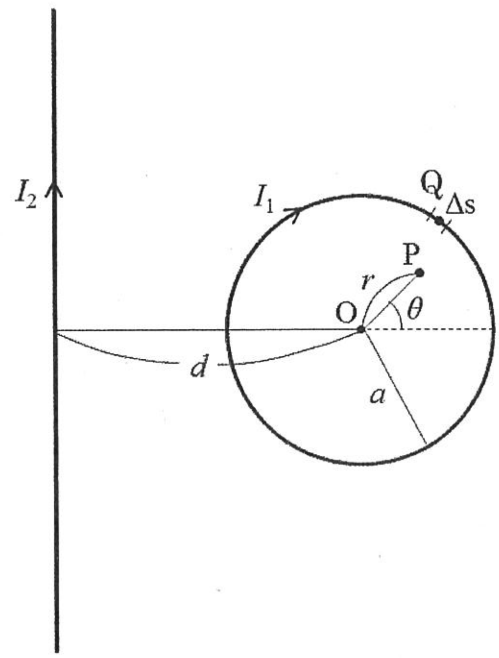


物理学2　試験問題

1. 図のように，長い直線状導線と半径aの円形の導線とが同一平面内に置かれている。円の中心Oから直線までの距離dはaより大きく，直線状導線は十分長く端の効果は無視できるとする。また，円内および円上の点の位置を表すために図のように点Oを原点とする極座標(r,θ)を取る。両導線は真空中にあり，両導線の太さは無視できるものとする。真空の透磁率をμ_0として，以下の問いに答えよ。必要であれば，積分公式

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{A + B\cos\theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{A^2 - B^2}} \qquad (A > B > 0)$$

を用いよ。



初めに，円形導線にのみ定常電流I_1を流す場合を考える。

(1) 点Oに生じる磁束密度の大きさを求めよ。必要であれば，ビオ・サバールの法則

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\int_C \frac{\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}ds$$

を用いよ。ここで，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}')$は点$\boldsymbol{r}'$における電流の向きを表す単位ベクトル，$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$は点$\boldsymbol{r}$に生じる磁束密度，積分は電流が流れる経路Cに沿った線積分である。

次に，直線状導線にのみ定常電流I_2を流す場合を考える。

(2) 点$\mathrm{P}(r,\theta)$に生じる磁束密度の大きさをアンペールの法則を使って求めよ。

(3) 円を貫く磁束を求めよ。また，直線状導線と円形導線との間の相互インダクタンスMを求めよ。

次に，図に示す矢印の向きに，円形の導線に定常電流I_1を流し，かつ，直線状導線に定常電流I_2を流す場合を考える。

(4) 円上の点$\mathrm{Q}(a,\theta)$にある長さΔsの電流素片$I_1\Delta s$に，I_2がつくる磁場$\boldsymbol{B}$から働く力$\Delta\boldsymbol{F}=I_1(\boldsymbol{t}\times\boldsymbol{B})\Delta s$ の大きさを求めよ。また，その向きを答えよ。ここで，$\boldsymbol{t}$は点QでのI_1の向きを表す単位ベクトルである。

(5) $\Delta\boldsymbol{F}$を円形導線全体で合成することにより，円形導線全体に働く力の向きと大きさFを求めよ。

(6) 以下の文章の①～⑦に当てはまる数式を$\Delta t, \Delta M, I_1, I_2$を使って表せ。

「電流I_1, I_2を保ったまま，短い時間Δtの間に直線状導線と円形導線との間の距離をdから$d+\Delta d$に変えたところ，相互インダクタンスMが$M+\Delta M$に変化した。このとき，直線状導線および円形導線にはそれぞれ$-\Delta M I_1/\Delta t$，$-\Delta M I_2/\Delta t$ の誘導起電力が生じる。電流I_1, I_2を保つためには，直線状導線および円形導線にそれぞれ$\varphi_L=$ $\boxed{①}$, $\varphi_C=$ $\boxed{②}$の起電力を外から加えなければならない。時間Δtの間に，直線状導線と円形導線内ではそれぞれ$\boxed{③}$, $\boxed{④}$の電荷が移動するので，起電力φ_L，φ_Cがする仕事ΔWは$\varphi_L\times$ $\boxed{③}$ $+\varphi_C\times$ $\boxed{④}$ $=$ $\boxed{⑤}$となる。一方，(3)で求めたMと(5)の結果を使うと，この過程で外から加える力学的仕事は$F\Delta d=$ $\boxed{⑥}$と書ける。したがって，エネルギーの保存から，磁場のエネルギーの変化量は$\Delta U=$ $\boxed{⑦}$となる。」

化学 1　試験問題

1. リチウム Li に関する以下の問いに答えよ。
   (1) Li と水との反応式を書け。
   (2) Li とエタノールとの反応式を書け。
   (3) Li と窒素との反応式を書け。
   (4) 水素化リチウム LiH と水との反応式を書け。反応前後の各原子の酸化数もすべて記せ。

2. 水のイオン積 K_w に関する以下の問いに答えよ。
   (1) 25℃での水のイオン積 K_w は 1.0×10^{-14} である。25℃では，どんなに希薄な塩酸でも pH が 7 未満であることを示せ。
   (2) K_w は温度が上がると大きくなる。水の電離は吸熱的か，発熱的か，答えよ。
   (3) 60℃では $K_w = 1.0 \times 10^{-13}$ である。60℃での純水，0.10 M (0.1 mol L^{-1})の塩酸および 0.10 M の水酸化ナトリウム水溶液の pH をそれぞれ求めよ。

3. 硫酸酸性下での，過マンガン酸カリウム($KMnO_4$)水溶液による過酸化水素水の酸化還元滴定に関する以下の問いに答えよ。
   (1) 過マンガン酸カリウムと過酸化水素の半反応式をそれぞれ記せ。
   酸化数変化が起きている原子の酸化数変化も答えよ。
   (2) 滴定を酸性下で行う理由を述べよ。
   (3) 過酸化水素は強い酸化力を有するにも関わらず，この滴定では還元剤として機能しているのはなぜか，説明せよ。

4. 放射性元素に関する以下の問いに答えよ。

(1) 下記の表の5か所の空欄を数字で埋めて完成させた表を書け。

壊変形式	原子番号の変化	質量数の変化
α 壊変		
β^-壊変	+1	
β^+壊変	−1	
電子捕獲		0

(2) 放射性のカリウム ^{40}K が β^-壊変して生じる元素を答えよ。また ^{40}K が電子捕獲して生じる元素を答えよ。

(3) 元素 A は β^-壊変して元素 E になり，元素 E は α 壊変して元素 G になり，元素 G は β^-壊変して元素 J になったとする。元素 A と元素 J の関係を述べよ。

5. 二酸化炭素に関する以下の問いに答えよ。

(1) 二酸化炭素の相図（状態図）をフリーハンドで描け。図に縦軸・横軸の目盛りや数値を書く必要はない。

(2) (1)で描いた相図に三重点と臨界点を明示せよ。

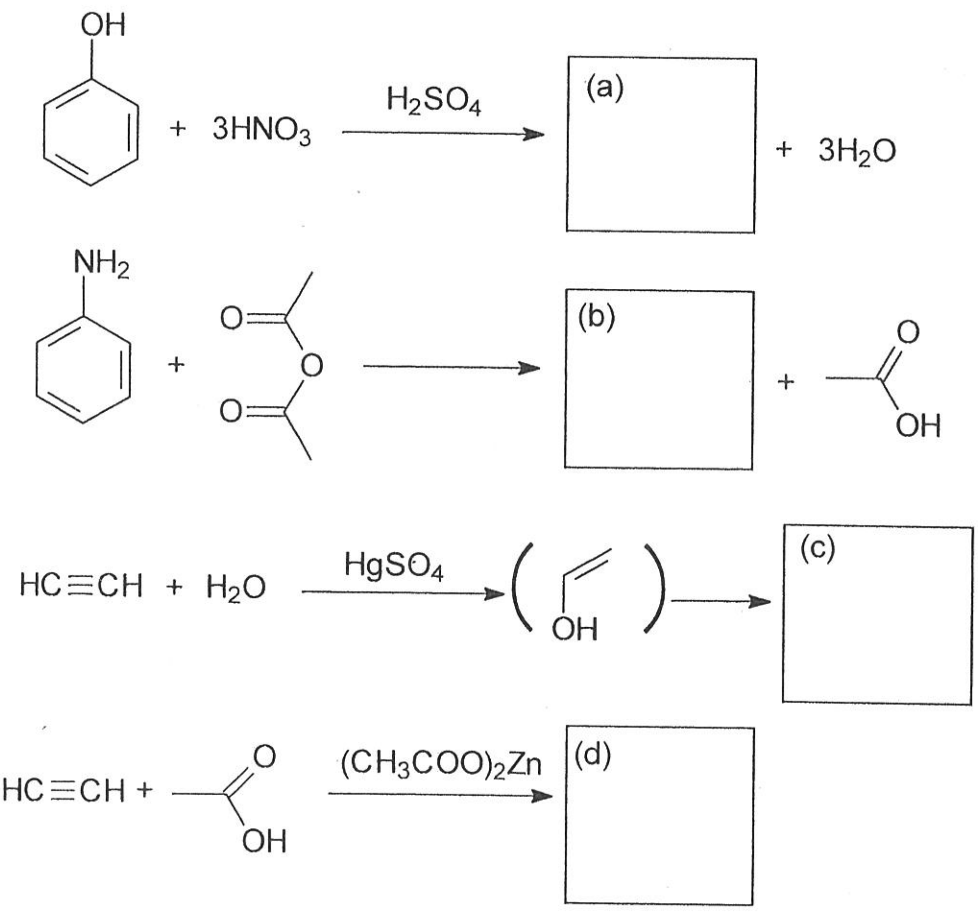
(3) 大気圧下ではドライアイスは液化しない。その理由を，相図を利用して説明せよ。

(4) 自由度を求めて相図に記入せよ。

化学２　試験問題

1. 以下の化合物の構造式を書け。
   (1) エチルプロピルエーテル
   (2) イソプロピルアルコール
   (3) 2-メチルブタン
   (4) ペンタン
   (5) *trans*-3-メチル-2-ペンテン

2. 以下の各反応における主生成物(a)～(d)の構造式を書け。



3. 以下の問いに答えよ。

(1) 以下の化合物群(a)および(b)のそれぞれの化合物について沸点の高いと考えられる化合物はどちらか。またその理由を答えよ。

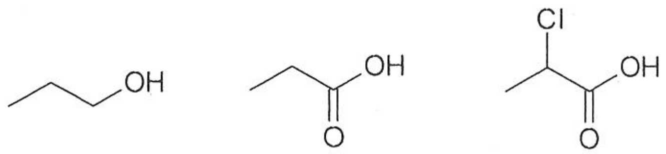
(a)

$CH_3CH_2OCH_2CH_3$　　　　$CH_3CH_2CH_2CH_2OH$

(b)

$(CH_3)_3N$　　　　$CH_3CH_2NHCH_3$

(2) 次の化合物を酸性度の強い順に左から右に並べよ。またその理由を答えよ。



(3) 次の化合物(a)～(d)の Lewis 構造式を書け。

(a) $SOCl_2$　(b) PCl_5　(c) HNO_3　(d) $POCl_3$

4. シクロペンタンと当量の臭素の光照射下での反応により生成する環状の主生成物の IUPAC 名と構造式を書け。またこの反応で光照射が必要な理由を説明せよ。