

# 令和2年度応用理工学類編入学試験 学力検査問題

令和元年7月13日(土) 10:00～12:30

## 注意事項

- 1) この冊子には、数学1、数学2、物理学1、物理学2、化学1、化学2の計6題の問題がある。「物理学1、物理学2、化学1、化学2」から2題を選択し、数学1、数学2と合わせて4題を解答すること。下記の表も参照すること。

問題	解答用紙の種類	解答用紙の枚数	備考
数学1	罫線あり	1枚	必須
数学2	罫線あり	1枚	
物理学1	罫線あり	1枚	この中から 2題選択
物理学2	罫線あり	1枚	
化学1	罫線あり	1枚	
化学2	罫線あり	1枚	

- 2) 解答用紙の所定欄に学群、学類、氏名、及び受験番号を記入すること。
- 3) すべての解答用紙の氏名欄の下の一行の欄に解答する問題名、すなわち、「数学1」、「数学2」、「物理学1」、「物理学2」、「化学1」、「化学2」のいずれかを明記すること。必要なら、解答用紙の裏も解答に用いてよい。
- 4) 机の上には「受験票」、「鉛筆」、「消しゴム」、「鉛筆削り」、「時計(計時機能だけのもの)」、「眼鏡」以外のものを置かないこと。

## 数学 1 試験問題

$z = \frac{1}{xy}$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$  を満たす 3 次元空間内の曲面  $S$  について以下の問いに答えよ。

- (1)  $(x, y) = (1, 2)$  における曲面  $S$  の接平面の方程式と法線の方程式を求めよ。
- (2) 曲面  $S$  上で、平面  $x + 3y + 9z + 18 = 0$  との距離が最も近い点の座標を求めよ。
- (3) 6 つの平面  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$ ,  $y = 2$ ,  $z = 0$ ,  $z = 2$  で囲まれる立方体を曲面  $S$  で分割して得られる 2 つの領域のうち、原点を含まない方の領域の体積を求めよ。

## 数学 2 試験問題

行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  について、以下の問いに答えよ。

(1) 行列  $A$  の固有値  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  を求めよ。ただし、 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$  とする。

(2) 行列  $A$  の正規化した固有ベクトル  $u_1, u_2, u_3$  を求めよ。ただし、

$$Au_j = \lambda_j u_j \quad (j=1, 2, 3) \text{ とする。}$$

(3) 行列  $A$  を  $P^{-1}AP = D$  として、対角成分が  $D_{11} \geq D_{22} \geq D_{33}$  となるように対角化したとき、 $P, P^{-1}$  および  $D$  を求めよ。ただし、 $P$  は直交行列、 $D$  は対角行列、 $D_{ij}$  は  $D$  の第  $i$  行  $j$  列の成分とする。

(4) ベクトル  $x(t)$  が、 $\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t)$ ,  $x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  を満たすとき、 $x(t)$  を求めよ。

(5) ベクトル  $y(t)$  が、 $\frac{d^2}{dt^2}y(t) = -e^t y(t)$ ,  $y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\dot{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  を満たすと

き、 $y(t)$  を求めよ。ただし、 $\dot{y}(t) \equiv \frac{d}{dt}y(t)$  とする。

## 物理学 1 試験問題

$\theta$  を媒介変数として,

$$x = 2\theta + \sin 2\theta$$

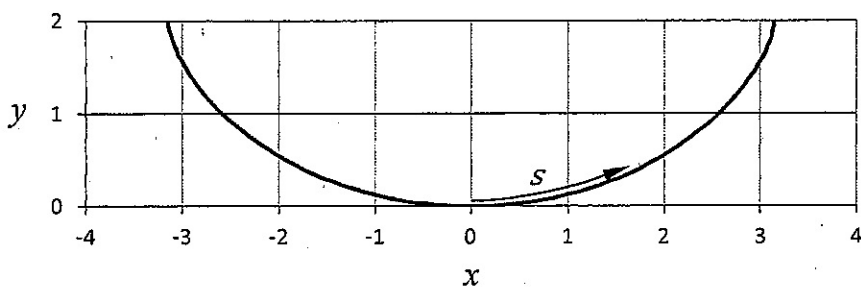
$$y = 1 - \cos 2\theta$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

で表される上に凹の曲線がある (図参照)。ここで,  $x$  軸は水平方向,  $y$  軸は鉛直方向の座標であり, 重力加速度  $g$  は  $y$  軸の負の向きに作用するとする。

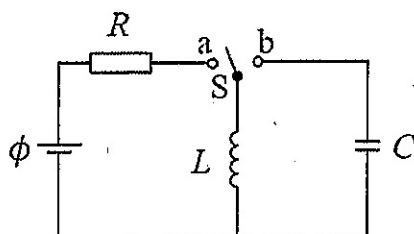
この曲線上のある位置に大きさを無視できる質量  $m$  の質点を置き静かに手を離れたところ, 質点は曲線に沿って運動を始めた。時間を  $t$  として, 以下の問いに答えよ。なお, 質点と曲線間の摩擦抵抗, その他の抵抗は考えない。

- (1) この曲線の局所勾配が  $\tan \theta$  となることを示せ。
- (2) この曲線に沿った長さを表す座標  $s$  を考える (図参照)。原点  $(x, y) = (0, 0)$  において  $s = 0$  とするとき,  $s$  と  $\theta$  の関係を示せ。
- (3)  $s$  を用い, 質点の運動方程式とその解を示せ。
- (4) (3) で求めた運動方程式を用いて, この運動においてエネルギー保存則が満たされていることを示せ。



## 物理学2 試験問題

図のように、抵抗値  $R$  の抵抗、インダクタンス  $L$  のコイル、電気容量  $C$  のコンデンサー、起電力  $\phi$  の電池、スイッチ  $S$  によって構成される回路がある。コンデンサーの極板の面積を  $A$  とし、極板間の誘電率を  $\epsilon$  とする。コンデンサーの極板は十分に広く、極板間の電場は一様と見なしてよいものとする。また、最初コンデンサーには電荷は蓄えられていないものとする。以下の問いに答えよ。



- (1) 時刻  $t = 0$  において  $S$  を  $a$  側に接続すると、電流  $I_1(t)$  が流れ始めた。
  - (a)  $I_1(t)$  を求めよ。また  $I_1(t)$  のグラフを描け。
  - (b) 時刻  $t = 0$  から  $t_1$  までの間に電池のする仕事  $W$  と抵抗に発生するジュール熱  $J$  をそれぞれ求めよ。
  - (c) 時刻  $t_1$  においてコイルに蓄えられているエネルギー  $U$  を求めよ。
  - (d)  $W, J, U$  の間の関係を示し、その意味を説明せよ。
- (2) (1)の状態で十分時間が経って電流の大きさが一定の値  $I_0$  となった後、 $S$  をすばやく  $b$  側へ切り替えるとコイルとコンデンサーの間に電流が流れ始めた。このとき流れる電流を  $I_2(t)$ 、コンデンサーに蓄えられる電荷を  $Q(t)$  とする。ただし、スイッチを切り替えた時刻を改めて  $t = 0$  とし、 $I_2(0) = I_0$  とする。
  - (a)  $I_2(t)$  を  $L, C, I_0, t$  を用いて示せ。また  $I_2(t)$  のグラフを描け。
  - (b) 時刻  $t$  においてコイルに蓄えられているエネルギー  $U_L(t)$  とコンデンサーに蓄えられているエネルギー  $U_C(t)$  をそれぞれ求めよ。また、 $U_L(t)$  と  $U_C(t)$  のそれぞれのグラフを描け。
  - (c) コンデンサーの極板間の電場  $E(t)$  を  $Q(t)$  を用いて示せ。また、 $t = 0$  の直後に電荷が蓄えられ始めたときの電場の向きを答えよ。
  - (d) コンデンサーの極板間の変位電流密度  $i_d(t)$  を  $A, L, C, I_0, t$  を用いて示せ。

## 化学1 試験問題

1. 酵素 E によって、基質 S が酵素基質複合体 ES を経て生成物 P に変換される次の反応を考える。



ここで、 $k_1, k_{-1}, k_2$  は、各反応の速度定数である。また、E, S, ES の濃度を、それぞれ  $[\text{E}], [\text{S}], [\text{ES}]$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $[\text{ES}]$  の時間変化  $\frac{d[\text{ES}]}{dt}$  を  $k_1, k_{-1}, k_2, [\text{E}], [\text{S}], [\text{ES}]$  で表せ。
- (2)  $\frac{d[\text{ES}]}{dt} = 0$  として、次の問いに答えよ。
  - (i)  $[\text{ES}]$  を  $k_1, k_{-1}, k_2, [\text{E}], [\text{S}]$  で表せ。
  - (ii) 全酵素濃度を  $[\text{E}]_{\text{total}}$  として、P の生成速度  $v$  を  $[\text{E}]_{\text{total}}, [\text{S}], k_1, k_{-1}, k_2$  で表せ。

2. 理想気体と実在気体について、次の問いに答えよ。

- (1) 単原子分子が理想気体として振る舞うとき、エネルギー等分配則が適用できる。単原子分子 1 モルあたりの並進運動エネルギーを、気体定数  $R$  および絶対温度  $T$  で表せ。
- (2) 二原子分子が理想気体として振る舞うとき、並進運動に加えて、回転および振動の運動を考慮しなければならないが、常温では全内部エネルギーに対する振動の寄与は無視してよい。並進と回転の運動にエネルギー等分配則を適用し、二原子分子 1 モルあたりの常温での全内部エネルギーを気体定数  $R$  および絶対温度  $T$  で表せ。
- (3) 二原子分子の気体を実在気体として取り扱う場合、並進、回転、振動の各エネルギーに加えて、新たにポテンシャルエネルギーを考慮しなければならない。このポテンシャルエネルギーは主に何に起因するかを答えよ。
- (4) 体積  $V$  の容器中の  $n$  モルの実在気体を取り扱う場合、各分子を体積  $V_a$  の球体と見なし、理想気体の状態方程式における  $V$  を  $V - nb$  で置き換えた状態方程式が広く用いられる。 $b$  を  $V_a$  とアボガドロ数  $N_A$  を用いて表せ。

## 化学 2 試験問題

### 1. 次の問いに答えよ。

- (1) 次の化合物の構造式を示せ。
  - a) 2-エチル-1,4-ペンタジエン
  - b) 1-ブロモ-3-ヒドロキシ-2-ブタノン
  - c) *p*-ホルミルフェニル酢酸
- (2) *p*-ニトロフェノールおよび *o*-ニトロフェノールを比較したとき、融点が高い方を答えよ。また、その理由を説明せよ。
- (3) *cis*-1,2-ジクロロエチレン (*cis*-1,2-ジクロロエテン) および *trans*-1,2-ジクロロエチレン (*trans*-1,2-ジクロロエテン) を比較したとき、沸点が高い方を答えよ。また、その理由を説明せよ。
- (4) 酢酸、トリフルオロ酢酸およびトリクロロ酢酸を比較したとき、酸性度が高い順に左から右に並べよ。また、その理由を説明せよ。
- (5) 尿素およびアセトアミドを比較したとき、塩基性度が高い方を答えよ。また、その理由を説明せよ。
- (6) 酒石酸 ( $C_4H_6O_6$ ) の全立体異性体をフィッシャー投影式で示せ。また、各不斉炭素原子の立体配置を *R* または *S* で示せ。

(次ページに続く)

2. 次の反応の主生成物(有機化合物) **A**~**H** の構造式を示せ。必要ならば, 立体化学が分かるように示せ。

