令和２年度

理工学群　数学類
推薦入試

小　論　文
試　験　問　題

注意事項

① 試験時間は１２０分です。全部で３問あり、すべてに解答してください。

② 問題ごとに解答用紙１枚ずつを使用し、各解答用紙の左上に問題の番号を明記してください。

③ 解答が書ききれない場合は、「裏へ」と明記した上で、その解答用紙の裏面に続けて書いてください。ただし、上部は５，６㎝程あけてください（採点時には隠れてしまいます）。

問題 I　xy 平面上の曲線 C_1, C_2, C_3 を以下で定める.

$$C_1 : y = \sin x + \cos x$$
$$C_2 : y = \cos x$$
$$C_3 : y = -\cos x$$

ただし, $0 \leqq x \leqq \pi$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1) C_1, C_2 の概形を図示せよ.

(2) C_1 と C_3 の交点の x 座標を α とおく. このとき, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ の値をそれぞれ求めよ.

(3) C_1 と C_2 によって囲まれる図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積が $\left(\frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{2}\right)\pi$ となることを示せ.

問題 II　a, b, c を実数とし, $f(x) = ax^2 + bx + c$ とおく. 以下の問いに答えよ.

(1) $f(1) = 4$, $f(0) = 2$, $f(-1) = -2$ のとき, $f(x)$ を求め, すべての整数 n に対して $f(n)$ が偶数になることを示せ.

(2) $f(1)$, $f(0)$, $f(-1)$ がすべて偶数であれば, すべての整数 n に対して $f(n)$ が偶数になることを示せ.

問題 III　鋭角三角形$\triangle$ABCにおいて$\angle \mathrm{BAC} = \alpha$, $\mathrm{BC} = a$とおく．また，直線BCに関してAと反対側に点Pをとり，$\angle \mathrm{BPC} = \theta$とおく．以下の問いに答えよ．

(1) Pが$\triangle$ABCの外接円上にあるとき，θをαで表せ．

(2) $\theta = \dfrac{\pi}{2}$を満たしてPが動くときのPの軌跡を図示せよ．

(3) $\theta > \pi - \alpha$ならばPは$\triangle$ABCの外接円の内側にあることを示せ．

(4) $a = 4$, $\alpha = \dfrac{\pi}{8}$とする．θが$\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi - \alpha$を満たすとき，Pの存在する領域の面積を求めよ．