

令和 2 年度

理工学群物理学類 推薦入試

小 論 文 試 験 問 題

注意事項

- ① 試験時間は120分です。
- ② 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答せよ。
- ③ 解答用紙は各問題に対して1枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。
- ④ 解答を書ききれない場合は、「裏へ」と明記してその解答用紙の裏面に続けて書くこと。
- ⑤ 下書き用紙は採点しない。

問題I

図1のように、水平面と θ の傾きをなすなめらかな斜面上の上端に、自然長 ℓ 、ばね定数 k のばねを固定した。ばねの他端に質量 m の小さな物体Aを取り付けばねが自然長 ℓ の状態を物体を静かに放したところ、物体は図1の x 軸に沿って単振動をはじめた。物体の位置を座標 x で表し、ばねが自然長のときの物体の位置を $x=0$ とし、ばねの伸びる向きを x の正の向きとする。重力加速度の大きさを g 、ばねの質量および空気抵抗は無視できるものとして、以下の問に答えよ。考え方や計算の要点も記入せよ。

問1. 物体の位置が x のときの加速度を a で表し、物体の運動方程式を求めよ。

問2. 単振動の角振動数 ω_0 を求めよ。

問3. 最下点の位置 x_0 を求めよ。

問4. 単振動の中心を通過するときの速さ v_0 を求めよ。

次に、図2のように、水平面と θ の傾きをなすあらい斜面上において、ばねの他端に質量 m の小さな物体Aを取り付け、ばねが自然長 ℓ の状態を物体を静かに放した。物体は最下点に到達した後、斜面に沿って上昇し速さがゼロになり止まった。物体と斜面との間の静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' として、以下の問に答えよ。

問5. 最下点の位置 x_1 を求めよ。

問6. $x=0$ から最下点 x_1 に達するまでに要した時間 t_1 を求めよ。

問7. 最下点に到達した後、斜面に沿って上向きに運動するとき、 μ' の条件を μ と θ を用いて表せ。

問8. 斜面に沿って上昇後、物体が止まった位置 x_2 を求めよ。

問9. 最下点 x_1 から物体が止まった位置 x_2 に達するまでに要した時間 t_2 を求めよ。

問10. 物体が x_2 で止まるとき、 μ' の条件を μ と θ を用いて表せ。

問11. 斜面の角度を $\theta = 30^\circ$ 、静止摩擦係数を $\mu = 1/3$ としたとき、動摩擦係数 μ' の範囲を求めよ。

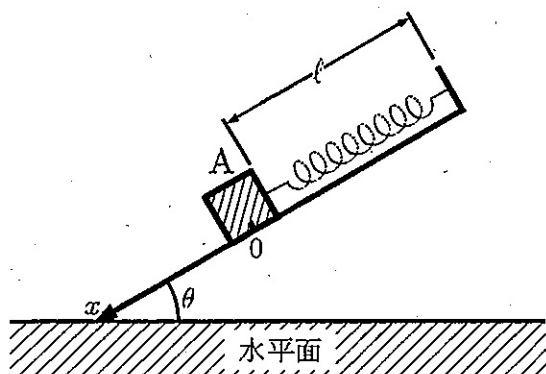


図1

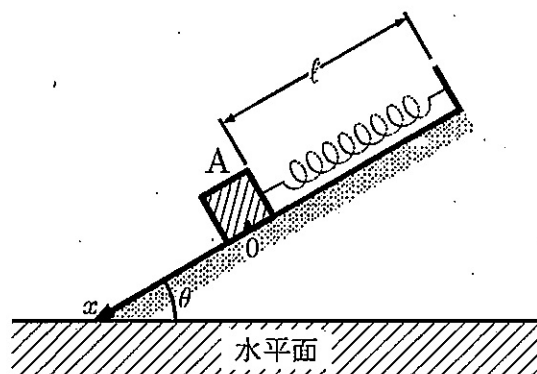


図2

問題 II

図1のように、時間的に変化しない磁束密度 B [T] の鉛直上向きの一様磁場の中に、半径 r [m] の半円状の2本の導体レールが向かい合わせに置かれている。2つの半円レールはそれぞれ鉛直面内にあり、レールの間隔は ℓ [m] である。また、レールの左端には抵抗値 R [Ω] の抵抗がつながれている。このレールの右端に長さ ℓ [m]、質量 m [kg] の細い導体棒をレールに接するように水平に置き、静かに手をはなすと、図1のように導体棒はレールに沿って水平を保ちながら落下した。2本のレールと、抵抗、導体棒は常に閉じた回路を形成しており、導体棒とレールの間の摩擦は無視できるものとする。また、重力加速度は g [m/s²] とする。

図1 (右図) のように、半円状レールの中心点 O と落下中の導体棒の接点を結ぶ直線が水平面となす角を θ としたとき、導体棒が $\theta = \theta_c$ を速さ v_c で通過した瞬間、導体棒に働く力のレールに沿った成分がゼロになった。以下の問1～問4に、 $v_c, \theta_c, B, r, \ell, R, m, g$ のうち必要なものを用いて解答せよ。

問1. このとき、導体棒に働く重力のレールに沿った成分の大きさを答えよ。

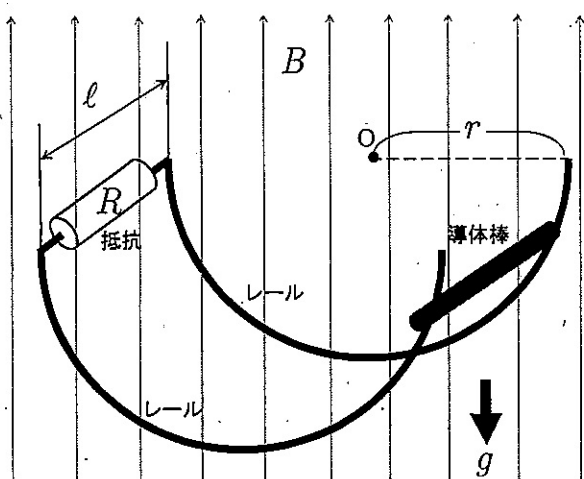
問2. このとき、閉じた回路に生じる誘導起電力の大きさを答えよ。

問3. このとき、閉じた回路に流れる電流の大きさを答えよ。

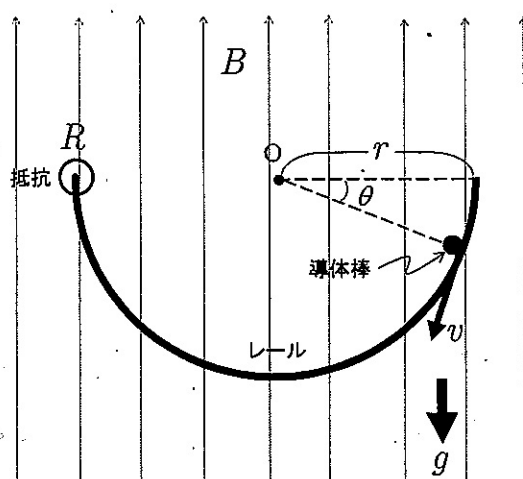
問4. このとき、導体棒が磁場から受ける力のレールに沿った成分の大きさを答えよ。

問5. v_c はどのような式で表されるか、 $\theta_c, B, r, \ell, R, m, g$ のうち必要なものを用いて答えよ。

図1



立体図

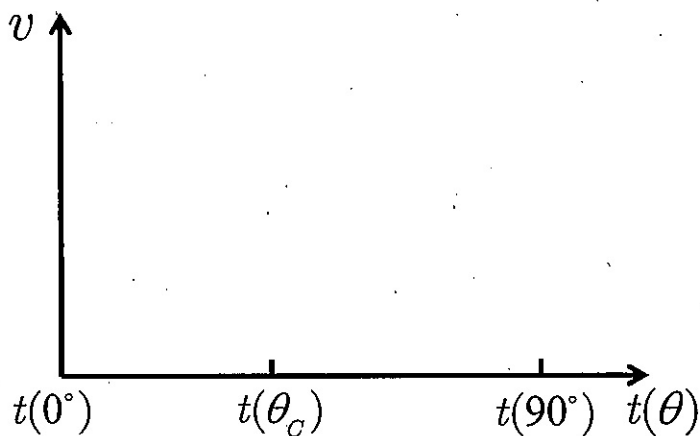


真横から見た図

導体棒が落下を始めてから、 $\theta = 90^\circ$ になるまでの運動を考える。導体棒が角度 θ を通過するときの速さを v とするとき、以下の問いに、 $v, \theta, B, r, \ell, R, m, g$ のうち必要なものを用いて答えよ。

問 6. 導体棒が角度 θ を通過するときの導体棒の加速度の大きさを求めよ。

問 7. 導体棒が角度 θ を通過するときの時間 $t(\theta)$ を横軸に、そのときの導体棒の速さ v を縦軸にとり（下図参照）、 $\theta = \theta_c$ での v の振る舞いに注意して、 v の概形のグラフを $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ の範囲で答案用紙に描け。また、その理由を 100 字以内で説明せよ。



問題 III

ピストンとシリンダーからなる熱機関について考える。シリンダー内には、理想気体として扱うことができる単原子気体が $n[\text{mol}]$ 封入されている。この気体の気体定数を $R[\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})]$ とするとき、定積モル比熱は $\frac{3}{2}R[\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})]$ 、定圧モル比熱は $\frac{5}{2}R[\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})]$ である。この熱機関では、気体の状態が図 1 のように $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ というサイクルで変化する。状態変化 $A \rightarrow B$ および $C \rightarrow D$ は定圧変化、状態変化 $B \rightarrow C$ および $D \rightarrow A$ は断熱変化である。気体の状態を気体の圧力 $p[\text{Pa}]$ と体積 $V[\text{m}^3]$ を組みにして (p, V) で表すとき、図 1 の各状態は、状態 A: (p_1, V_0) 、状態 B: $(p_1, 2V_0)$ 、状態 C: $(p_2, 4V_0)$ 、状態 D: $(p_2, 2V_0)$ である。以下の問いに答えよ。ただし、気体がする仕事の符号は、気体が膨張する場合を正とし、収縮する場合を負とする。また、熱の符号は、気体が加熱される場合を正とし、冷却される場合を負とする。

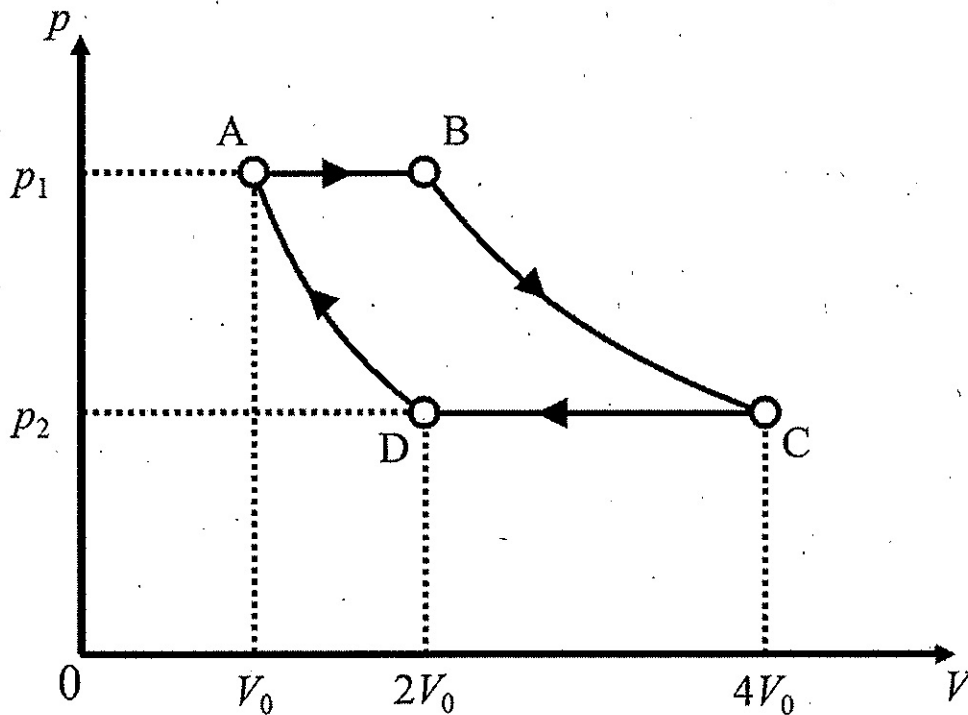


図 1

- 問 1. 状態 A の温度を p_1, V_0, n, R を使って示せ。
- 問 2. 状態変化 $A \rightarrow B$ において、気体の内部エネルギーの変化 $\Delta U_{AB}[\text{J}]$ と気体のする仕事 $W_{AB}[\text{J}]$ を求めよ。ただし ΔU_{AB} は、 U_A, U_B をそれぞれ状態 A、状態 B の内部エネルギーとすると $\Delta U_{AB} = U_B - U_A$ を表すものとする。
- 問 3. 状態変化 $A \rightarrow B$ で、気体が得る熱量 $Q_{AB}[\text{J}]$ を p_1 と V_0 を使って表せ。
- 問 4. 状態変化 $B \rightarrow C$ の内部エネルギー変化を $\Delta U_{BC}[\text{J}]$ 、気体のする仕事を $W_{BC}[\text{J}]$ とすると

き、 W_{BC} を ΔU_{BC} で表せ。また、内部エネルギーの変化 ΔU_{BC} を求めよ。

問 5. この熱機関が 1 サイクル $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の間に得る熱量の合計を求めよ。

問 6. この熱機関が 1 サイクルの間にする仕事の合計を求めよ。

問 7. この熱機関の熱効率を求めよ。

問 8. 単原子分子理想気体の断熱変化の関係を利用し p_1 と p_2 の関係を求めよ。

問 9. 単原子分子理想気体で考えると、圧力、体積、温度の違いは気体分子の二乗平均速度の違いとして考えることができる。一分子の質量を $m[g]$ としアボガドロ数を N_A として、状態 A の気体分子の二乗平均速度を求めよ。状態 B の二乗平均速度は状態 A の何倍になるか求めよ。