

筑波大学 理工学群 工学システム学類

令和2年度 私費外国人留学生 入学試験

小論文問題

(90分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は、この表紙を含めて4ページあります。
3. 解答用紙と下書き用紙の定められた欄に、「学群・学類」、「氏名」、「受験番号」を記入してください。
4. 問題は3問、解答用紙は3枚あります。各問題の解答は、それぞれ1枚の解答用紙に記入してください。裏面を使用しても構いません。
5. 解答用紙の上部の 内には、問題番号を明記してください。

問題 1

次の値を求めよ。導出過程も示すこと。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n)$

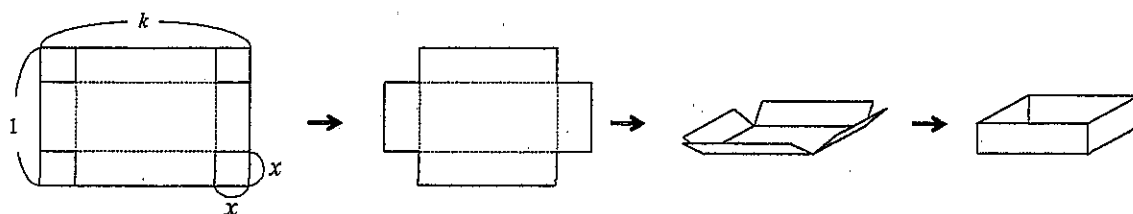
(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x \, dx$

(3) $\int_1^e (\log_e x)^2 \, dx$

問題 2

下図のように、縦の長さが1，横の長さが k （ただし $k > 1$ ）の長方形の四隅から1辺の長さ x の正方形をそれぞれ切り取ってから折り曲げ，ふたのない直方体の箱をつくる。

- (1) k を定数としたとき，この直方体の箱の容積 V を x の関数として表し， x のとりうる範囲に注意して，そのグラフの概形を描け。また， V が極値をとるとき x の値 x_0 を求めよ。
- (2) k が $k > 1$ の範囲を動くとき，(1)で求めた x_0 は， k について常に増加する関数であることを示せ。
- (3) (2)のとき， x_0 の取りうる範囲を求めよ。



問題 3

図 1 に示すように、 $x > 0$ の領域において、磁束密度 B の一様かつ時間的に変化する磁場が、紙面に垂直に表から裏に向かって加えられている。また、 $x < 0$ の領域では磁場はないとする。正の電荷 q をもつ質量 m の荷電粒子 P の xy 平面内での運動を考える。ただし、重力の影響は無視する。

荷電粒子 P が xy 平面内で x 軸と角度 θ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ をなす向きに、速さ v で原点 O を通過するとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 荷電粒子 P は、 $x > 0$ の領域で半径 r の円弧を描きながら運動した。 r を求めよ。
- (2) 原点 O を通過した後の、荷電粒子 P の運動の軌跡を描け。また、軌跡と y 軸との交点の座標を求めよ。

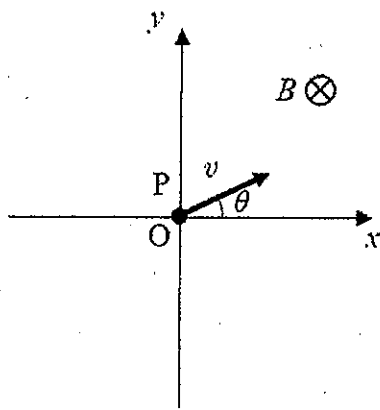


図 1

次に図 2 に示すように、磁場に加えて、 $x > 0$ の領域に、2 つの電極をそれぞれ $y = -d/2$ および $y = d/2$ の平面内に置き、電極間に電圧 V を加えた。電極の x 方向の長さを a とする。電場は電極間にのみ存在し、一様であるとみなす。また、電極の厚さは無視する。

時刻 $t = 0$ で、荷電粒子 P は点 $(-a, 0)$ を x 軸正の向きに速さ v_0 で通過し、時刻 $t = t_1$ で電極板にぶつかることなく y 軸を通過した。このとき、以下の問いに答えよ。

- (3) t_1 を求め、 $t = t_1$ での荷電粒子 P の座標と速さ v_1 を求めよ。
- (4) 荷電粒子 P が電極板にぶつからずに y 軸を通過するための v_0 の条件を求めよ。

(5) $t = t_1$ で、荷電粒子 P が $x < 0$ の領域で円弧を描きながら運動した後、再び y 軸を通過するときの座標を求めよ。

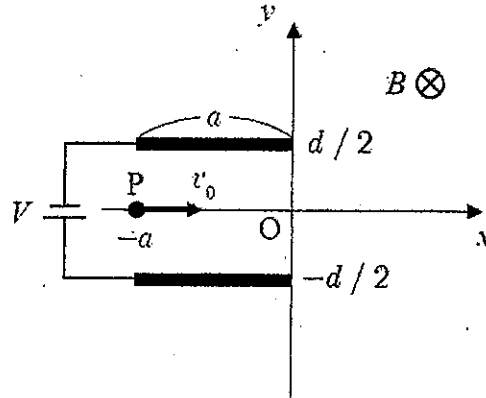


図 2

次に図 3 に示すように、磁束密度 B の磁場が印加されている領域を xy 平面の全領域に広げ、磁場の向きを反転した。このとき、以下の問いに答えよ。

(6) 荷電粒子 P は点 $(-a, 0)$ を x 軸正の向きに速さ v_2 で通過し、そのまま速度を変えことなく x 軸上を運動して原点 O を通過した。 v_2 を求めよ。

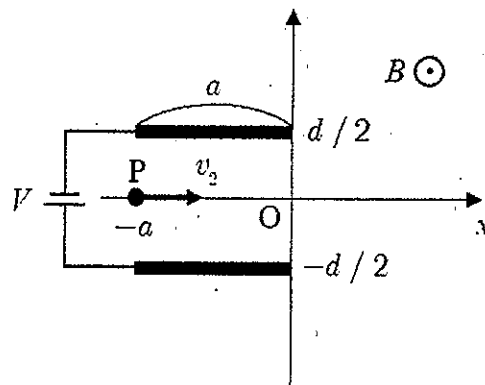


図 3