筑波大学理工学群応用理工学類

令和２年度個別学力検査等(後期日程)

小 論 文 問 題

注意事項

1）試験開始の合図があるまでこの問題冊子の中を見てはならない。

2）この冊子には，［問題Ⅰ］から［問題Ⅲ］まで３題の問題がある。

3）解答用紙３枚の定められた欄に，受験する「学群，学類」，「氏名」，「受験番号」を記入すること。

4）すべての解答用紙上部の $\boxed{}$ 内に問題番号を記入すること。ただし、下の表のように各問題にそれぞれ１枚ずつの解答用紙を使用せよ。白紙の解答用紙も回収する。解答が書ききれない場合には，解答用紙の裏面を使用しても差し支えない。

問題番号	解答用紙
問題Ⅰ	1枚
問題Ⅱ	1枚
問題Ⅲ	1枚

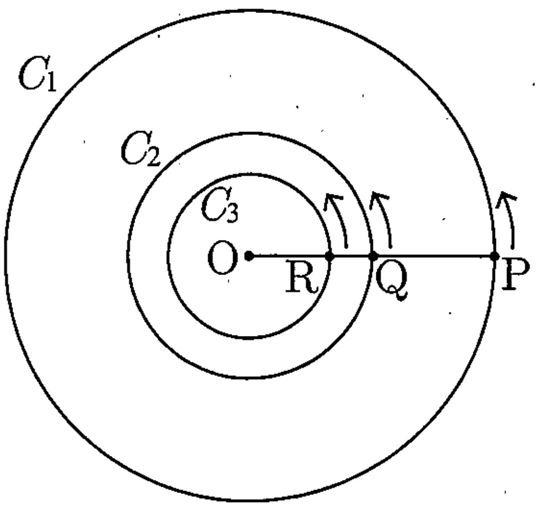
問題 I

平面上に点Oを中心とした半径1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ の同心円 C_1, C_2, C_3 がある。下図のように，時刻 $t=0$ で線分OP上に点Q，Rがあり，点P，Q，Rはそれぞれ C_1, C_2, C_3 上を速さ1で反時計まわりに進む。点Pが1周するまでを考え，以下の問いに答えよ。

(1) 時刻 t における△POQ，△QOR，△ROPの面積を求めよ。ただし，3頂点が一直線上にあるときの面積は0とする。

(2) △PQRの面積 $S(t)$ を $\sin t$ と $\cos t$ を用いて表せ。ただし，3頂点が一直線上にあるときの面積は0とする。

(3) $S(t)$ の最大値とその値をとる時刻 t を求めよ。



問題 II

媒介変数t ($t \geqq 1$)および正の定数a, bにより次式で表されたxy座標平面上の曲線Cについて考える。

$$x=\frac{a}{2}\left(t+\frac{1}{t}\right),\quad y=\frac{b}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)$$

原点をO, $t=t_{\mathrm{p}}$ $(t_{\mathrm{p}}>1)$のときのC上の点をP, Pからx軸に下ろした垂線をPP',

Pから直線$x=\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$に下ろした垂線をPH, 点$\left(\sqrt{a^2+b^2},0\right)$をFとする。以下の問いに答えよ。

(1) $\left(\dfrac{x}{a}\right)^2-\left(\dfrac{y}{b}\right)^2=1$であることを示せ。

(2) C, x軸, 線分PP'で囲まれる領域の面積を求めよ。

(3) C, x軸, 線分OPで囲まれる領域の面積を求めよ。

(4) PからFまでの距離PFとPからHまでの距離PHの比をaとbのみを用いて表せ。次の関係は証明することなく用いてよい。

$$\frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{t}\right)>\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

問題 III

複素数平面上に点α，$\beta(\alpha \neq \beta)$をとる。虚数単位をi，複素数zに共役な複素数を$\overline{z}$，複素数zの絶対値を$|z|$で表す。以下の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\beta-\alpha}{z-\alpha}$の実部が 1 となるとき，点$z$は複素数平面上でどのような図形を描くか。ただし，複素数zの実部は$\dfrac{1}{2}(z+\overline{z})$で表されることを利用せよ。

(2) (1)の図形上の点βにおける接線の方程式を求めよ。

(3) $\alpha=1+i$，$\beta=1-i$ とする。(1)の図形上を点z(ただし$z \neq 0$)が動くとき，$w=\dfrac{1}{z}$で表される点wは複素数平面上でどのような図形を描くか。