

平成29年度応用理工学類編入学試験 学力検査問題

平成28年7月16日(土) 10:00～12:30

注意事項

- 1) この冊子には、数学1、数学2、物理学1、物理学2、化学1、化学2の計6題の問題がある。「物理学1、物理学2、化学1、化学2」から2題を選択し、数学1、数学2と合わせて4題を解答すること。下記の表も参照すること。

問題	解答用紙の種類	解答用紙の枚数	備考
数学1	罫線あり	2枚	必須
数学2	罫線あり	2枚	
物理学1	罫線あり	2枚	この中から 2題選択
物理学2	罫線あり	2枚	
化学1	罫線あり	2枚	
化学2	罫線あり	2枚	

- 2) 解答用紙の所定欄に学群、学類、氏名、及び受験番号を記入すること。
- 3) すべての解答用紙の氏名欄の下の一列の欄に解答する問題名、すなわち、「数学1」、「数学2」、「物理学1」、「物理学2」、「化学1」、「化学2」のいずれかを明記すること。必要なら、解答用紙の裏も解答に用いてよい。
- 4) 机の上には「受験票」、「鉛筆」、「消しゴム」、「鉛筆削り」、「時計(計時機能だけのもの)」、「眼鏡」以外のものを置かないこと。

数学 1 試験問題

1. 領域 $D = \{(x, y) \mid (x+y)^2 + 4(x-y)^2 \leq 1\}$ における重積分

$$I = \iint_D \frac{|x^2 - y^2|}{(x+y)^2 + 4(x-y)^2} dx dy \text{ の値を求めたい。以下の問いに答えよ。}$$

- (1) $x+y = r \cos \theta$, $x-y = \frac{r}{2} \sin \theta$ とするとき, x, y の r, θ に関するヤコビ行列式 (ヤコビアン) を計算せよ。

- (2) I を (1) で与えられた変数変換を用いて求めよ。

2. 複素数 $z = x + iy$ の関数 $f(z) = \sinh 2z$ について, 以下の問いに答えよ。ただし, x, y は実数とする。なお, $\sinh z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$, $\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$ と定義し, オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ を用いてよい。

- (1) $f(z) = u + iv$ とするとき, u, v を x, y を用いて表せ。ただし, u, v は x, y の実関数とする。

- (2) $f(z) = 0$ となる z を求めよ。

- (3) $w = f(z)$ により z 平面上の直線 $x = \frac{1}{2}$ を w 平面上に移したとき, w 平面上の図形は楕円になる。 w 平面上にその楕円を図示せよ。

数学 2 試験問題

1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を求めよ。ただし、 $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ とする。
- (2) A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ に属する固有ベクトルをそれぞれ $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ とするとき、 $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}$ は \mathbf{R}^3 の正規直交基底となるように選ぶことができる。そのように選んだ $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}$ を 1 組求めよ。

(3) A を $R^{-1}AR = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$ の形に対角化する直交行列 R 、およびその逆行列 R^{-1} を答えよ。

(4) x, y, z をそれぞれ任意の実数とし、ベクトル \mathbf{u} を $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ で定義する。また、

$\mathbf{u}^T = (x \ y \ z)$ とする。このとき、 x, y, z を変数とする関数 $f(x, y, z) = \mathbf{u}^T A \mathbf{u}$ について考える。

(a) (3) で求めた R を用いて新たな変数 X, Y, Z を $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = R^{-1} \mathbf{u}$ で定義し、

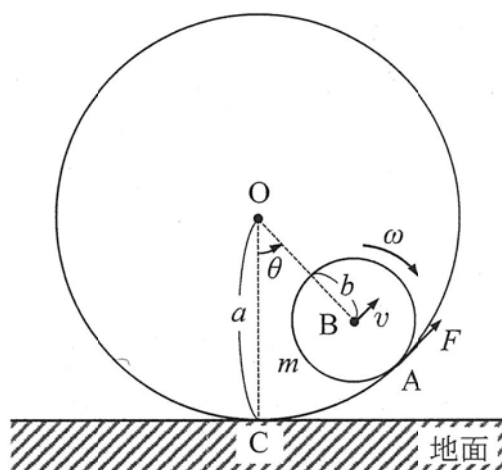
$f(x, y, z)$ を X, Y, Z の関数 $f(x, y, z) = F(X, Y, Z)$ と表す。このとき、関数 $F(X, Y, Z)$ を X, Y, Z の式で表せ。

(b) 任意の x, y, z に対して、 $f(x, y, z) \geq 0$ であることを示せ。また $f(x, y, z) = 0$ を満たす x, y, z を求めよ。

物理学 1 試験問題

1. 下図のように、内面がなめらかでない内半径 a の中空円筒が地面に固定されており、その内面に質量 m 、半径 b の小球が接している ($a > b$)。円筒と小球の接触点を A、小球の中心を B、AB を延長し円筒の中心軸と交わる点を O、O から地面に垂線を下ろした交点を C とする。小球の中心は OAC を含む平面内で往復運動をし、小球は円筒内面をすべることなく転がっている。OB が OC となす角を θ とし、A における静止摩擦力を F とする。 θ および F は反時計まわりを正とする。重力加速度の大きさは g とし、ころがり摩擦および空気抵抗は無視できるものとする。小球の密度は均一とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 小球の重心は、O を中心とする円周上を運動する。小球の重心の速度 v を a, b, θ を用いて示せ。ただし、 v は反時計まわりを正とする。
- (2) 小球の、B を中心とする回転運動の角速度 ω を a, b, θ を用いて示せ。ただし、 ω は時計まわりを正とする。なお、A が瞬時回転中心となることから、小球の重心の速度は $v = b\omega$ となることに留意せよ。
- (3) 小球の O を中心とする円周上の運動と、B を中心とする回転の運動方程式を、それぞれ書け。ただし、小球の慣性モーメント I は $\frac{2}{5}b^2m$ である。
- (4) 小球の往復運動の振幅が非常に小さいときの周期 T を a, b, g を用いて示せ。
- (5) 小球の振幅が小さいとみなせず、 θ の最大値が θ_0 であるとする。エネルギー保存則を用いて、小球の角速度 ω の大きさを、 θ の関数として $a, b, g, \theta, \theta_0$ を使って示せ。



物理学 2 試験問題

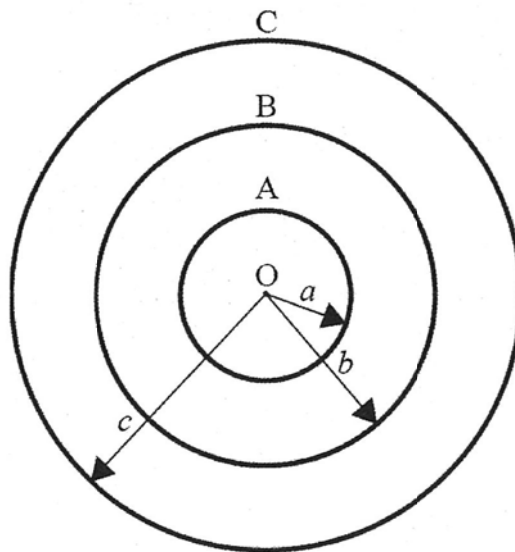
1. 原点 O を中心とする半径 a, b, c ($a < b < c$) の同心導体球殻 A, B, C に関する以下の問いに答えよ。なお、各球殻の厚さは無視できるものとし、無限遠での電位を 0 とする。また、球殻内外の誘電率は ϵ_0 とせよ。

- (1) 導体 A に電荷 q_1 、導体 B に電荷 q_2 、導体 C に電荷 q_3 を与えた場合を考える。

- (a) 原点からの距離 r における動径方向の電場の成分 E を $0 < r < a$, $a < r < b$, $b < r < c$, $c < r$ に領域を分けて求めよ。
- (b) 原点からの距離 r における電位 V を求めよ。また V の r による変化の概略をグラフに示せ。ただし、グラフでは $0 < q_1$, $0 < q_2$, $0 < q_3$ とせよ。

- (2) 導体 A, C を接地し、導体 B に電荷 q を与えた場合を考える。このとき、球殻の半径を $a = R$, $b = 2R$, $c = 4R$ (R は定数) とする。

- (a) 導体 A と導体 C に誘起される電荷量を求めよ。ここで、(1)(b) の結果を参考にし、接地した導体の電位は $V = 0$ になることに留意せよ。
- (b) 導体 B の電位を求めよ。
- (c) 導体 B と導体 AC 間の電気容量を求めよ。



化学1 試験問題

1. 液体－気体間の相転移に関する以下の問いに答えよ。

- (1) 1 mol の水が 100 °C, 1 気圧の液体から同温同圧の気体に相転移するときの蒸発エンタルピー ΔH_{vap} は 40.7 kJ mol⁻¹ である。このとき, 蒸発ギブズエネルギー ΔG_{vap} および蒸発エントロピー ΔS_{vap} を答えよ。
- (2) 水－エタノール 2 元系は, エタノール 96 重量%の組成で共沸するため, 大気圧下の通常の蒸留操作では純度約 95 重量%までのエタノールしか得られない。共沸蒸留を用いて, 純度約 99.5 重量%のエタノールを得るための操作を 80 字以内で説明せよ。

2. フッ化水素 (HF) に関する以下の問いに答えよ。

- (1) フッ化水素 1.00 mol を水に溶解し, 1.00 dm³ の溶液を調製した。この溶液中に存在する H⁺, F⁻, および HF の各濃度を有効数字 2 桁で求めよ。ここで, $\text{HF} \rightleftharpoons \text{H}^+ + \text{F}^-$ の平衡定数を 6.7×10^{-4} とする。また, $\sqrt{6.7} \approx 2.6$ とし, 計算の過程で適宜近似を用いてよい。
- (2) フッ化水素は塩化水素 (HCl) や臭化水素 (HBr) と比べて明らかに高い沸点を有している。この理由を電気陰性度・極性の観点から 80 字以内で述べよ。
- (3) フッ化水素の水溶液であるフッ化水素酸を貯蔵する際, 通常どのような材質の容器が用いられるか。理由とともに 50 字以内で述べよ。

3. すべての 3 次元格子は 14 種のブラベ格子に分類できる。たとえば, 立方晶系では, 単純格子, 体心格子, 面心格子の 3 種がブラベ格子である。また, 斜方 (直方) 晶系では上記の 3 種に加えて底心格子がブラベ格子となる。一方, 正方晶系では底心格子はブラベ格子にならない。底心正方格子がブラベ格子とならない理由を, 図を用いて説明せよ。

化学2 試験問題

1. 以下の(1)～(3)の化合物の構造式を書け。

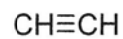
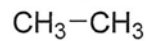
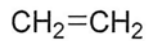
(1) 4-*t*-butyl-2-methylheptane

(2) 2-methyl-3-hexyne

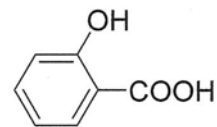
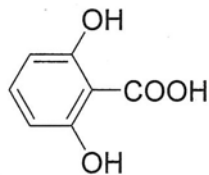
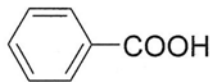
(3) *p*-toluenesulfonic acid

2. 以下の化合物群(1)および(2)それぞれについて、酸性度が高い順に左から並べよ。また、その序列になる理由をそれぞれ 100 字程度で説明せよ。

(1)



(2)



3. ルイス酸・ルイス塩基の定義を 100 字程度で述べよ。また、以下の化合物をルイス酸とルイス塩基に分類せよ。

(1) AlCl_3

(2) CH_3OCH_3

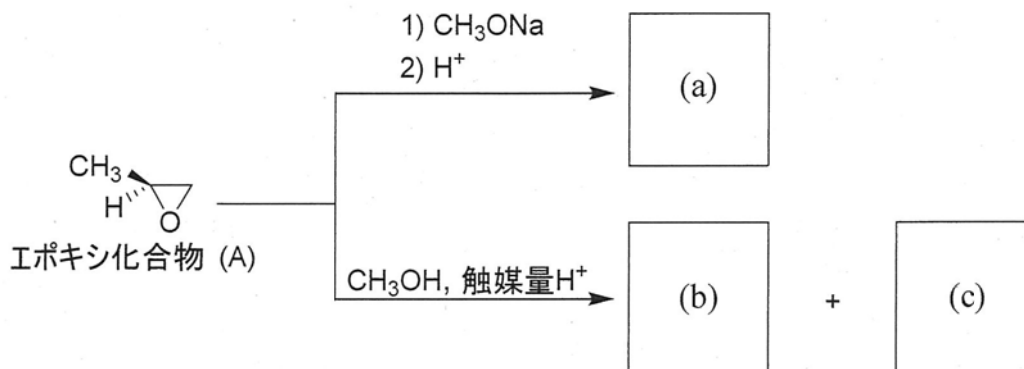
(3) $(\text{CH}_3\text{CH}_2)_3\text{N}$

(4) SiCl_4

(5) BH_3

(6) Ph_3P

4. 光学活性なエポキシ化合物(A)を用いて以下の反応を行ったところ、異なる主生成物(a), (b)および(c)が得られた。また、主生成物(b)と(c)の生成比は 1:1 であった。以下の問いに答えよ。



- (1) このエポキシ化合物(A)は *R* 体, *S* 体のどちらか答えよ。
- (2) 主生成物(a)にあてはまる構造式を書け。ただし、エポキシ化合物(A)のように立体構造がわかるように書くこと。
- (3) 主生成物(a)が得られる反応機構を 100 字程度で説明せよ。
- (4) 主生成物(b)および(c)にあてはまる構造式を書け。ただし、エポキシ化合物(A)のように立体構造がわかるように書くこと。
- (5) 主生成物(b)および(c)が得られる反応機構を 100 字程度で説明せよ。

5. 以下の各反応における主生成物(1)~(5)にあてはまる構造式を書け。

